

考虑螺栓联接的转子系统振动特性分析

侯小捷¹, 罗 忠¹, 黄耀宇², 张西厂²

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819; 2. 中国航发沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

摘要: 针对航空发动机转子振动问题, 开展了螺栓法兰联接结构对转子固有特性及不平衡响应的研究。基于有限单元法, 结合转子有限元模型及螺栓法兰联接结构的力学模型, 建立了考虑螺栓法兰联接的转子动力学模型。基于 Newmark- β 法求解转子不平衡响应及固有特性, 并利用 ANSYS 仿真软件对结果进行了仿真验证, 得到了联接结构刚度对转子固有特性的影响规律。研究结果表明: 转子第 1 阶固有频率对螺栓法兰结构的轴向刚度变化较为敏感; 第 2 阶固有频率对螺栓法兰结构的径向刚度变化较为敏感; 第 3 阶固有频率则对螺栓法兰结构的 2 种刚度变化均较为敏感; 并且转子处的联接刚度会对转子的不平衡响应有一定抑制作用。

关键词: 螺栓法兰联接; 振动特性; 有限元模型; 转子模型; 航空发动机

中图分类号: V232.7

文献标识码: A

doi: 10.13477/j.cnki.aeroengine.2018.06.004

Vibration Characteristics Analysis of Rotor System with Bolt Connection

HOU Xiao-jie¹, LUO Zhong¹, HUANG Yao-yu², ZHANG Xi-chang²

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. AECC Shenyang Engine Research Institute, Shenyang 110015, China)

Abstract: In order to solve the vibration problem of aeroengine rotor, the research on the rotor inherent characteristics and rotor unbalance response of bolted flange connection structure was carried out. Based on the Finite Element method, combined with the Finite Element model of rotor and the mechanical model of bolted flange connection structure, the rotor dynamics model with bolt flange connection was established. Based on Newmark- β method, the unbalanced response and inherent characteristics of rotor were solved. The simulation results were verified by ANSYS software, and the influence of the stiffness of the rotor connecting structure on the inherent characteristics was obtained. The results show that the first natural frequency of rotor is sensitive to the axial stiffness change of bolted flange structure. The Second natural frequency is sensitive to the radial stiffness change of bolted flange structure. The Third natural frequency is sensitive to both stiffness changes of bolted flange structure and the connection stiffness of rotor can restrain the unbalance response of rotor.

Key words: bolted flanged connection; vibration characteristics; Finite Element model; rotor model; aeroengine

0 引言

螺栓联接因具有安装方便、结构简单、联接刚性高等优点^[1-5], 成为航空发动机中应用最为广泛的紧固联接方式。但螺栓联接特性会直接影响整个系统的动力学特性, 特别对于带有螺栓联接结构的转子系统, 其影响更为明显^[6], 而目前在对转子系统进行动力特性分析时, 往往忽略螺栓联接特性, 直接按刚性结构处理, 导致计算结果与实际情况出现较大偏差。为了

更真实地分析转子动力学特性, 必须考虑螺栓对转子特性的影响, 建立包含螺栓联接的转子系统动力学模型。

目前国内外对于研究螺栓联接的力学特性及螺栓预紧力对联接结构本身固有特性的影响研究较多, 而针对螺栓联接刚度对转子系统整体固有特性的影响还没有系统研究。栾宇^[7]通过物理实验与仿真计算研究了螺栓法兰联接的轴向静力响应特性, 发现联接结构存在明显的轴向拉压刚度不同特性; 刘卓乾^[8]从

收稿日期: 2018-03-13 **基金项目:** 国家自然科学基金(11872148、11572082)、教育部基本科研业务费专项资金(N170308028、N160312001)、辽宁省高等学校优秀人才支持计划(LJQ2015038)资助

作者简介: 侯小捷(1994), 男, 在读硕士研究生, 研究方向为转子系统模型试验技术与方法; E-mail: 809484944@qq.com。

引用格式: 侯小捷, 罗忠, 黄耀宇, 等. 考虑螺栓联接的转子系统振动特性分析[J]. 航空发动机, 2018, 44(6): 17-23. HOU Xiaojie, LUO Zhong, HUANG Yaoyu, et al. Vibration characteristics analysis of rotor system with bolt connection [J]. Aeroengine, 2018, 44(6): 17-23.

轴向、径向和弯曲 3 个方面讨论了螺栓联接的力学特性;赵丹^[9]对某型航空发动机螺栓联接转子进行数值仿真,分析了螺栓联接结构对实际航空发动机的动力学特性的影响;Boeswald^[10]采用试验与数值方法研究了螺栓联接的分段线性规律;QIN^[11-12]用有限元法计算螺栓榫筒联接的弯矩特性,建立了盘鼓转子接合部连接刚度解析模型,并将其引入转子有限元模型中,采用多项谐波平衡法(multi-term harmonic balance method)对含连接非线性(分段线性)转子系统响应进行了分析;GAO 等^[13]用有限元法给出了拉杆转子联接的数学模型,并将该模型应用于 Jeffcott 转子,研究了其动力学响应特性和模态特性。

本文针对螺栓法兰联接对转子系统影响,基于有限元方法建立了考虑螺栓法兰联接的转子模型。应用该模型分析了联接结构对转子系统固有特性的影响,并且将结果与 ANSYS 仿真软件结果进行对比验证。

1 螺栓法兰联接转子系统有限元模型

有限元的建模思路,就是将复杂的几何和受力对象划分为一个个形状比较简单的标准构件,称为单元;然后给出单元节点的位移和受力描述,列写单元动能、势能表达式,通过拉格朗日方程建立单元的质量、刚度矩阵;再通过单元与单元之间的节点联接关系进行单元的组集,最终得到结构的整体质量、刚度矩阵;进而根据位移约束和受力状态处理边界条件并进行求解。

为简化说明,设研究对象为 1 个转子系统,如图 1 所示。2 根轴通过法兰由螺栓联接,转子两端由轴承支承。建立坐标系 $oxyz$,其中以转轴左端面圆心作为坐标原点 o ;转轴中心线为 z 轴; x 轴和 y 轴分别为转子的 2 个径向方向。

1.1 螺栓法兰联接的弯矩特性

螺栓法兰联接通常有 n 个性质相同的螺栓均布在法兰上。左右 2 个法兰盘绕轴转动,法兰盘的上下 2 点受力方向相反,使联接部位产生弯矩作用。 n 个螺栓共产生 $n/2$ 个弯矩。为方便研究,把转子联接部分受到总弯矩分解到绕 x 轴和 y 轴 2 个方向

$$M = M_x + M_y \quad (1)$$

因为 x 轴方向与 y 轴方向类似,所以只分析 x 轴方向的弯矩特性,如图 2 所示。将螺栓等效为 1 对弹簧,其中上边弹簧受拉,下边弹簧受压。

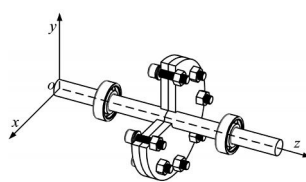


图 1 转子

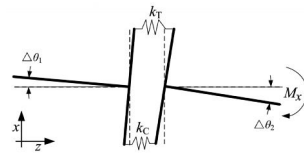


图 2 螺栓弯矩

由于螺栓的拉、压特性不同导致变形不相等。弹簧受拉、压时的变形分别为

$$\delta_T = \frac{M_x}{Dk_T} \quad (2)$$

$$\delta_C = \frac{M_x}{Dk_C} \quad (3)$$

式中： D 为螺栓的安装直径； k_T 、 k_C 为螺栓法兰联接轴向拉、压刚度。

在小变形条件下,联接结构绕 x 轴转角与轴向变形的关系为

$$\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1 = \frac{\delta_T + \delta_C}{D} \quad (4)$$

将式(2)、(3)带入式(4)得到螺栓联接弯曲角刚度

$$k_\theta = \frac{M_x}{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1} = \frac{D^2 k_C k_T}{k_C + k_T} \quad (5)$$

为简化计算,将分段线性刚度简化为线性刚度,即认为螺栓始终处于拉伸状态,表现为拉伸刚度。则此时角刚度为

$$k_\theta = \frac{M_x}{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1} = \frac{D^2 k_T}{2k_T} \quad (6)$$

1.2 螺栓法兰联接单元推导

转子模型建立基于以下假设^[14]:

- (1)建模只考虑 2 个法兰盘以及螺栓结构。
- (2)法兰盘考虑为刚性盘,联接结构的作用力看作 2 个法兰盘的直接相互作用力。
- (3)法兰盘轴心与重心重合。
- (4)转子建模忽略轴向位移。
- (5)2 段转子之间的约束弯矩简化为角刚度作用(用 1 对轴向弹簧 k_T 代替);螺栓法兰联接除考虑角刚度外,还考虑径向刚度 k 。螺栓法兰单元刚度如图 3 所示。

根据上述假设建立螺栓联接的法兰盘模型如图 4 所示。单元由 2 个盘组成,其中每个盘考虑 x 与 y 方向的平动及绕 x 与 y 轴的转动,总共 8 个自由度。单元整体的广义坐标为

$$q = [x_1 y_1 \theta_{x1} \theta_{y1} x_2 y_2 \theta_{x2} \theta_{y2}]^T \quad (7)$$

式中： x_1 、 y_1 分别表示沿 x 、 y 轴的位移； θ_{x1} 、 θ_{y1} 分别表示绕 x 、 y 轴的转角；下标 1、2 表示 2 个法兰盘。

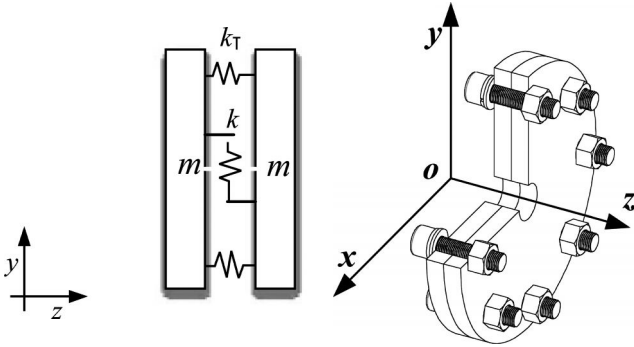


图3 oyz 平面上联接单元

图4 螺栓法兰单元模型

法兰盘的质量、盘的直径转动惯量和极转动惯量分别为 m 、 J_d 和 J_p , 则联接单元动能为

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} J_{p1} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_{p2} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} J_{d1} \dot{\theta}_{x1}^2 + \frac{1}{2} J_{d2} \dot{\theta}_{y1}^2 + \frac{1}{2} J_{d2} \dot{\theta}_{x2}^2 + \frac{1}{2} J_{d2} \dot{\theta}_{y2}^2 + \Omega J_{p1} \dot{\theta}_{x1} \dot{\theta}_{y1} + \Omega J_{p2} \dot{\theta}_{x2} \dot{\theta}_{y2} \quad (8)$$

单元势能为

$$V = \frac{1}{2} K_x (x^2 - x^1)^2 + \frac{1}{2} K_y (y^2 - y^1)^2 + \frac{1}{2} K_{\theta x} (\theta_{x2} - \theta_{x1})^2 + \frac{1}{2} K_{\theta y} (\theta_{y2} - \theta_{y1})^2 \quad (9)$$

不考虑广义力项, 系统的拉格朗日方程为

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (T-V)}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial (T-V)}{\partial q_i} = 0, i=1, 2, \dots, n \quad (10)$$

利用式(8)、(9)通过拉格朗日能量法导出联接单元的质量矩阵、刚度矩阵、陀螺矩阵

$$M_b = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & & & \\ 0 & m_2 & & & & & & \\ 0 & 0 & J_{d1} & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & J_{d2} & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{d1} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{d2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$K_b = \begin{bmatrix} k & & & & & & & \\ 0 & k & & & & & & \\ 0 & 0 & k_{\theta} & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & k_{\theta} & & & & \\ -k & 0 & 0 & 0 & k & & & \\ 0 & -k & 0 & 0 & 0 & k & & \\ 0 & 0 & -k_{\theta} & 0 & 0 & 0 & k_{\theta} & \\ 0 & 0 & 0 & -k_{\theta} & 0 & 0 & 0 & k_{\theta} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$G_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -J_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -J_{p2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{p2} & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: m_1 、 m_2 分别为法兰盘 1、2 的质量; J_{d1} 、 J_{d2} 为法兰盘 1、2 的直径转动惯量; J_{p1} 、 J_{p2} 为法兰盘 1、2 的极转动惯量; k 为螺栓法兰连接联接产生的径向刚度; k_{θ} 为螺栓法兰联接产生的角刚度, 可通过式(6)由 k_T 求得。

1.3 转子系统的动力学方程

利用第 1.2 节中得到的螺栓法兰单元与前人提出的 Rayleigh 梁单元及盘单元有限元模型相结合, 采用文献^[15]的有限元组集方法, 组集得到考虑螺栓法兰联接的转子系统整体质量矩阵 M 、刚度矩阵 K 、陀螺矩阵 G 。

建立转子整体的动力学方程

$$M\ddot{q} + (C + \Omega G)\dot{q} + Kq = F \quad (14)$$

式中: q 为广义坐标; F 为广义力; C 为系统整体阻尼。将系统整体阻尼考虑为比例阻尼, 其求解公式为

$$C = \lambda M + \eta K \quad (15)$$

λ 、 η 由文献^[16]得到

$$\lambda = 2 \left(\frac{\xi_2}{\omega_2} - \frac{\xi_1}{\omega_1} \right) / \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right) \\ \eta = 2(\xi_2 \omega_2 - \xi_1 \omega_1) / (\omega_2^2 - \omega_1^2) \quad (16)$$

式中: ξ_1 、 ξ_2 为阻尼系数; ω_1 、 ω_2 为转子的第 1、2 阶临界转速。

2 有限元模型模态分析

2.1 模型参数

建立的转子模型如图 5 所示。从图中可见, 转子共包含 20 个单元、21 个节点, 每个节点具有 2 个平动和 2 个转动自由度, 因此转子模型共有 84 个自由度, 其中 10 号单元为螺栓法兰结构, 其余单元为参数相同的 Rayleigh 梁单元, 具体参数见表 1。由于工程

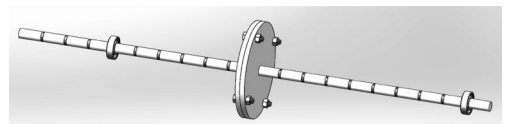


图5 转子模型

表 1 单元参数

参数	螺栓法兰单元	梁单元
直径 /m	0.2	0.02
厚度 /m	0.01	0.05
密度 /(kg/m ³)	7801	7801
弹性模量 /Pa		2.07 × 10 ¹¹

中转子多采用非对称支承,因此模型采用非对称支承,即在第 5、20 号节点处加入轴承,轴承刚度为 2×10^6 N/m。

需要注明的是,在以下分析中考虑 2 种刚度(径向刚度和角刚度),由式(6)可知角刚度本质上表现为联接结构的轴向拉伸刚度,因此在下文研究中用轴向刚度变化间接代替角刚度变化。

2.2 刚度变化对固有频率的影响

固有频率随 2 种刚度(单元径向刚度、轴向刚度)的变化规律如图 6 所示。从图中可见,当刚度 k 、 k_T 均小于 10^7 时,各阶固有频率随刚度增大而提高,此时处于上升阶段;当刚度处于 $10^5 \sim 10^{10}$ 之间时,固有频率几乎不变,此时处于稳定阶段。

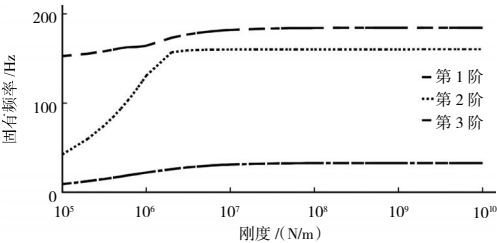


图 6 转子固有频率随刚度的变化

几个不同刚度下及刚性联接时(将 2 个法兰盘之间固连,即考虑成一个整体),前 3 阶固有频率对比见表 2。当刚度处于稳定阶段时,此时的固有频率与刚性联接时的固有频率基本不存在误差,这与一般认知一致,也从一定程度上验证了建模的正确性。

表 2 不同刚度下转子前 3 阶固有频率

刚度 /(N/m)	固有频率 /Hz		
	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶
10 ⁶	21.84	130.59	164.04
10 ⁹	32.48	160.28	183.00
10 ¹⁰	32.50	160.28	183.02
刚性联接	32.50	160.28	183.02

以上讨论了固有频率随刚度变化情况,为看清总

体趋势,刚度选取范围较大,下面针对常见的刚度范围做相应的敏感性分析。

螺栓法兰单元的径向刚度 k 恒等于 1×10^9 N/m 时转子固有频率随轴向刚度 k_T 变化的规律如图 7 所示。角刚度由式(6)得到,通过式(17)分别求解不同轴向刚度下转子固有频率

$$K-\omega^2 M=0 \tag{17}$$

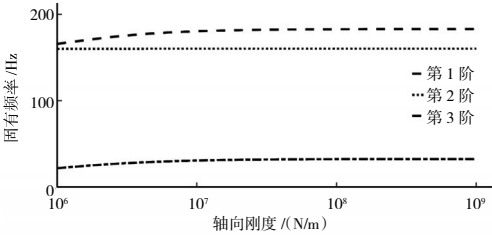


图 7 转子固有频率随轴向刚度的变化

不同轴向刚度下及刚性联接时的前 3 阶固有频率见表 3。当单元径向刚度不变时,增加轴向刚度,转子各阶固有频率都有所提高。其中第 1、3 阶固有频率对于轴向刚度变化较为敏感,第 2 阶固有频率则不受其影响。

表 3 不同轴向刚度下转子前 3 阶固有频率

轴向刚度 /(N/m)	固有频率 /Hz		
	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶
10 ⁶	21.86	159.99	165.82
10 ⁷	30.75	160.25	180.48
10 ⁸	32.30	160.26	182.75
10 ⁹	32.48	160.28	183.00
刚性联接	32.50	160.28	183.02
相对变化	32.73%	0.18%	9.40%

当轴向刚度 $k_T=1 \times 10^9$ N/m 时转子固有频率随螺栓法兰单元径向刚度 k 的变化规律如图 8 所示。

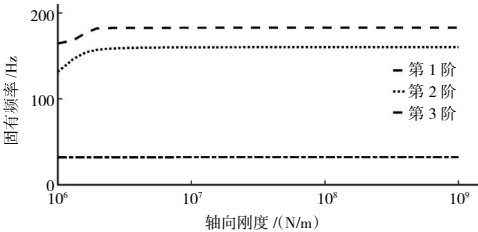


图 8 转子固有频率随单元径向刚度的变化

不同径向刚度下转子固有频率对比见表 4。当单元径向刚度不变时增大轴向刚度,转子各阶固有频率

都有所提高。其中第 2、3 阶固有频率对于径向刚度变化较为敏感,第 1 阶固有频率则不受其影响。

表 4 不同径向刚度下转子固有频率对比

径向刚度 $J/(N/m)$	固有频率 /Hz		
	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶
10^6	32.39	131.47	164.41
10^7	32.47	160.05	182.97
10^8	32.48	160.28	183.00
10^9	32.48	160.28	183.00
刚性	32.48	160.28	183.02
相对变化	0.33%	17.97%	10.16%

2.3 刚度变化对振型的影响

轴向刚度为 10^6 N/m、径向刚度为 10^7 N/m 及刚性联接时转子的前 3 阶振型对比分别如图 9、10 所示。

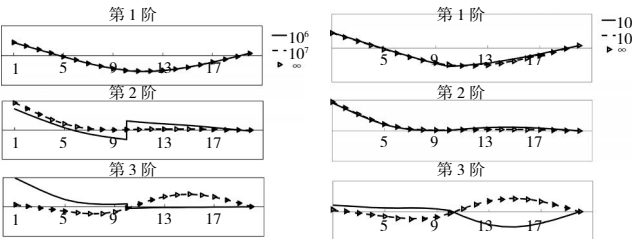


图 9 轴向刚度稳定,径向刚度变化

图 10 径向刚度稳定,轴向刚度变化

从图中可见,当径向刚度较小时,在法兰联接处出现明显的径向滑移;当轴向刚度较小时,在法兰联接处出现弯折;同时,当刚度大到一定程度时,振型开始稳定,并且与刚性联接时一致。

3 联接刚度对转子振动响应的影响

对比刚性联接(如图 11 所示)与刚度较大时(如图 12 所示),不同转速下转子各点的振幅变化可见,

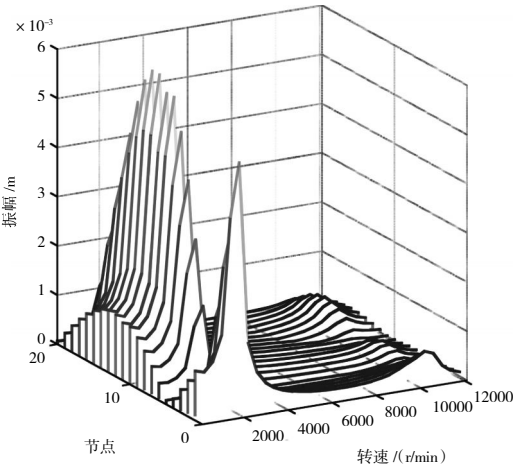


图 11 刚性联接时转子的不平衡响应

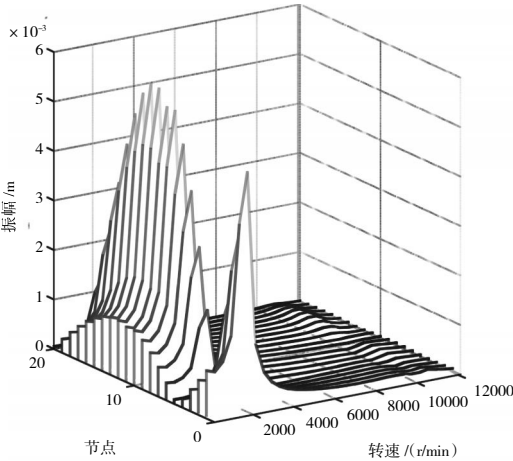


图 12 考虑联接刚度时转子的不平衡响应

在求解不平衡响应时,如果考虑螺栓法兰结构计算结果中第 2、3 阶临界转速下的振幅会有减小,而第 1 阶转速下振幅没有明显影响。

在 1000~12000 r/min 转速区间上法兰盘处不平衡响应随刚度变化的关系如图 13 所示。从图中可见,前 3 阶临界转速与直接利用质量刚度矩阵求解出的固有频率对应转速相近。但是转子振幅在第 1 阶临界转速处振幅非常明显,导致在第 2、3 阶临界转速处振幅不明显。

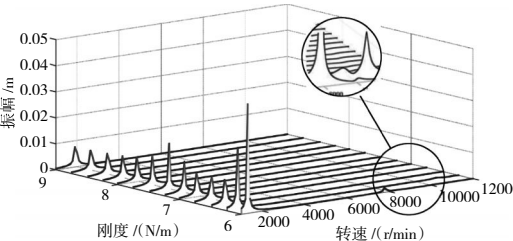


图 13 法兰盘处不平衡响应

提取图 13 中第 1 阶临界转速处的振幅见表 5。从表中可见,随联接刚度(螺栓轴向、径向刚度)的增大,临界转速会提高,同时振幅会有所减小,2 种刚度单独变化时对转子第 1 阶振幅的影响分别如图 14、15 所示。

表 5 第 1 阶临界转速和振幅刚度变化关系

联接刚度 $J/(N/m)$	临界转速 $/(r/min)$	振幅 $/m$
10^6	1300	0.042
$10^{6.5}$	1600	0.010
10^7	1800	0.009
$10^{7.5}$	1900	0.018
10^8	1900	0.009
$10^{8.5}$	1900	0.008
10^9	1900	0.007

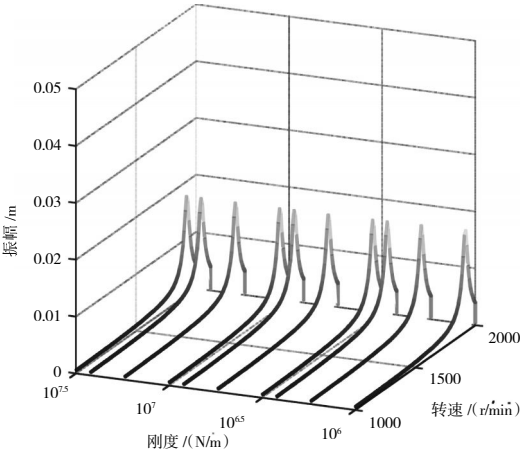


图 14 径向刚度变化时法兰盘处的不平衡响应

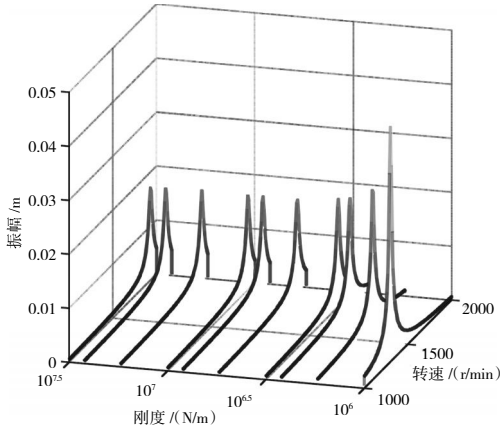


图 15 轴向刚度变化时法兰盘处的不平衡响应

通过对比可见,振幅随联接刚度增大有所减小。轴向刚度变化(图 14)对第 1 阶临界转速及振幅影响较大,而径向刚度变化(图 15)对其影响较小。

4 仿真验证

为说明数学模型的有效性,进行了仿真验证,使用工程软件 ANSYS 对图 5 中的转子进行建模,使用实体单元对结构进行精细有限元剖分;法兰盘与轴采用刚性联接,螺栓联接等效为 2 对轴向弹簧和 1 对径向弹簧。分别求解结构振型及固有频率与前文中理论计算所得结果进行对比。在刚性联接、大刚度联接、径向小刚度以及轴向小刚度时的前 3 阶振型对比见表 6。从表中可见,理论计算所得结果与 ANSYS 仿真结果基本一致,依然可以看出大刚度联接时振型与刚性联接时的一致,不同工况下也出现了径向滑移和弯折等情况。

在不同情况下 2 种方法所计算的固有频率对比见表 7。从表中可见,模型虽然对转子第 2 阶固有频率的预测误差较大,但是对于第 1、3 阶的固有频率预测较为

表 6 不同刚度下模拟和计算的各阶振型对比

阶次	刚性联接		大刚度联接		径向小刚度		轴向小刚度	
	ANSYS		MATLAB		ANSYS		MATLAB	
	ANSYS		MATLAB		ANSYS		MATLAB	
第 1 阶								
第 2 阶								
第 3 阶								

表 7 固有频率对比

阶次	模型	固有频率特性 /Hz			
		刚性	大刚度	径向小刚度	轴向小刚度
第 1 阶	计算	32.50	32.48	32.39	21.86
	仿真	32.48	32.76	32.66	28.78
	误差	0.06%	0.85%	0.83%	24.04%
第 2 阶	计算	160.28	160.28	131.47	159.99
	仿真	129.85	129.13	126.38	129.03
	误差	23.43%	24.12%	4.03%	23.99%
第 3 阶	计算	183.02	183.00	164.41	165.82
	仿真	175.65	175.65	137.95	169.37
	误差	4.20%	4.20%	19.18%	2.10%

准确,并且 2 种刚度对固有频率的影响也与前文中所得结论一致,对比结果进一步证明转子模型的有效性。

5 结论

(1)在转子系统中可以将螺栓法兰联接中的螺栓考虑成径向刚度和角刚度的组合,这样所建立的转子模型可以较真实地反映螺栓法兰联接的固有特性,较准确地预测转子的固有频率和振型。

(2)角刚度、径向刚度在一定范围内的增大都会使转子固有频率提高,并且趋近于刚性联接时的转子固有频率。同时,转子第 1 阶固有频率对螺栓法兰结构的轴向刚度变化较为敏感;第 2 阶固有频率对螺栓法兰结构的径向刚度变化较为敏感;第 3 阶固有频率则对螺栓法兰结构的 2 种刚度变化均较为敏感。但对于螺栓联接刚度对各阶临界转速的影响机理还未能给出准确分析。转子振型在联接处刚度较大时与刚性联接情况下的相近,并且当径向刚度较小时在法兰联接处出现明显的径向滑移;当角刚度较小时在法兰联接处出现弯折。

(3)联接结构的刚度会对转子的不平衡响应有一定抑制作用。在联接处的角刚度变化对转子第 1 阶临

界转速处的振幅影响较为明显。

参考文献:

- [1] 刘长福,邓明. 航空发动机结构分析[M]. 西安:西北工业大学出版社,2006:42-45.
LIU Changfu,DENG Ming. Analysis of aero-engine structure [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press Co.Ltd.,2006. 42-45 (in Chinese)
- [2] YANG Xiaodong,ZHANG Wei. Nonlinear dynamics of axially moving beam with coupled longitudinal-transversal vibrations [J]. Nonlinear Dynamics,2014,78(4):2547-2556
- [3] MA Hui,SONG Rongze,PANG Xu,et al. Time-varying mesh stiffness calculation of cracked spur gears [J].Engineering Failure Analysis,2014,44(5):179-194.
- [4] YANG Xiaodong,CHEN Liqun. Dynamic stability of an axially accelerating viscoelastic beam with two fixed supports[J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics,2008,6(1):31-42.
- [5] CAO Hongrui,ZHANG Xingwu,CHEN Xuefeng. The concept and progress of intelligent spindles [J].A review, International Journal of Machine Tools and Manufacture,2016,112:21-52.
- [6] 赵丹,艾延廷,翟学,等. 法向接触刚度对螺栓连接结构振动模式的影响研究[J]. 航空发动机, 2012,38(3):54-57.
ZHAO Dan, AI Yanting, ZHAI Xue, et al. Effect of normal contact stiffness on vibration modes of bolted structure [J]. Aero-engine. 2012, 38(3):54-57. (in Chinese)
- [7] Luan Y, Guan Z Q, Cheng G D, et al. A simplified nonlinear dynamic model for the analysis of pipe structures with bolted flange joints [J]. Journal of Sound & Vibration,2012,331(2):325-344.
- [8] 刘卓乾. 航空发动机螺栓连接转子的振动特性研究[D]. 天津:天津大学,2016.
LIU Zhuoqian. Studies on vibration characteristic of aero-engine rotor with bolt joint[D].Tianjing:Tianjin University,2016. (in Chinese)
- [9] 赵丹.螺栓连接对转子动力特性影响的研究[D]. 沈阳:沈阳航空航天大学,2013.
ZHAO Dan. Study on the influence of bolted joint on the dynamic characteristic of rotor structure [D].Shenyang:Shenyang Aerospace University,2013. (in Chinese)
- [10] Boeswald M, Link M, Meyer S. Experimental and analytical investigations of nonlinear cylindrical casing joints using base excitation testing[C] //2003 IMAC-XXI: Conference & Exposition on Structural Dynamics. Kissimmee: Society for Experimental Mechanics,2003:1-9
- [11] QIN Zhaoye, HAN Qinkai, CHU Fulei. Analytical model of bolted disk-drum joints and its application to dynamic analysis of jointed rotor [J]. Journal of Mechanical Engineering Science,2014,228(4):646-663.
- [12] QIN Zhaoye, YAN Shaoze, CHU Fulei. Analytical modeling of clamp band joint under external bending moment[J]. Aerospace Science and Technology, 2013,25:45-55.
- [13] GAO Jin, YUAN Qi, LI Pu. Nonlinear dynamics of the rod-fastened jeffcott rotor [J]. Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the ASME,2014,136(2):325-335.
- [14] 刘卓乾,曹树谦,郭虎伦,等. 含螺栓连接转子系统非线性振动特性研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(22):10-16.
LIU Zhuoqian, CAO Shuqian, GUO Hulun, et al. Vibration characteristics of rotor system with bolt joints [J]. Journal of Vibration and Shock,2016,35(22):10-16. (in Chinese)
- [15] 钟一谔,何衍宗,王正,等. 转子动力学[M]. 北京:清华大学出版社,1987:176-186.
ZHONG Yie, HE Yanzong, WANG Zheng, et al. Rotor dynamics[M]. Beijing:Tsinghua University Press,1987:176-186. (in Chinese)
- [16] Chen Y G, Zhai J Y, Han Q K. Multilevel finite element modeling and coupling vibration analysis of the drum in blade-disk-drum assembly [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G:Journal of Aerospace Engineering, 2017,231(6):998-1011.

(编辑:刘 静)