

# 航空发动机后向 RCS 统计特性分析方法

傅莉<sup>1</sup>, 崔哲<sup>1</sup>, 邓洪伟<sup>2</sup>

(1. 沈阳航空航天大学 自动化学院, 沈阳 110136; 2. 中国航发沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

**摘要:**为解决采用传统固定带宽核密度估计方法分析雷达散射截面(RCS)统计特性时精度低的问题,设计了K最近邻法计算Epanechnikov核密度估计的动态窗宽。以每个相邻样本的欧氏距离判断样本局部密度,通过样本点与最近邻的距离来调整核函数的窗宽以完成核密度估计,并将其用于发动机后向RCS的统计特性分析。采用改进的Epanechnikov核密度估计与传统核密度估计,对服从固定分布的4种RCS随机样本点的累积概率密度函数进行拟合,以验证算法的精度。结果表明:改进的Epanechnikov核密度估计的均方根误差比传统核密度估计的分别减小31.2%、38.8%、38.1%、31.9%。结合第2代RCS统计特性分析模型,以Kolmogorov-Smirnov拟合精度检验为拟合指标,应用改进的Epanechnikov核密度估计计算发动机后向RCS的统计特性并对其规律进行分析可知,对数正态分布更符合C波段和X波段的HH和VV极化的统计特性分布;卡方分布更符合C波段以及Ku波段的HV和VH极化;威布尔分布更符合X波段的HV、VH极化以及Ku波段的HH、VV极化。

**关键词:**雷达散射截面;K最近邻法;核密度估计;统计特性;航空发动机

中图分类号:V218

文献标识码:A

doi:10.13477/j.cnki.aeroengine.2024.01.010

## Statistical Characteristics Analysis Method of Aeroengine Backward RCS

FU Li<sup>1</sup>, CUI Zhe<sup>1</sup>, DENG Hong-wei<sup>2</sup>

(1. School of Automation, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136 China;

2. AECC Shenyang Engine Research Institute, Shenyang 110015 China)

**Abstract:** In order to solve the problem of low accuracy of traditional fixed bandwidth kernel density estimation to analyze the statistical characteristics of Radar Cross Section (RCS), the K-nearest neighbor method was designed to calculate the dynamic window width of Epanechnikov kernel density estimation. The Euclidean distance of each adjacent sample was used to judge the local density of the sample, and the window width of the kernel function was adjusted by the distance between the sample point and the nearest neighbor to complete the kernel density estimation, which was used to analyze the statistical characteristics of the backward RCS of the engine. The improved Epanechnikov kernel density estimation and the traditional kernel density estimation were used to fit the cumulative probability density function of four kinds of RCS random sample points following a fixed distribution to verify the accuracy of the algorithm. The results show that compared with the traditional kernel density estimation, the root mean square error of the improved Epanechnikov kernel density estimation is reduced by 31.2%, 38.8%, 38.1%, and 31.9%, respectively. Combined with the second-generation statistical characteristic analysis model of RCS, by using the Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test as the fitting index, and applying the improved Epanechnikov kernel density estimation to calculate the statistical characteristics of engine backward RCS and analyze their regularities, it can be concluded that the lognormal distribution is more consistent with the statistical characteristics of HH and VV polarization in C-band and X-band; the chi-square distribution is more consistent with the HV and VH polarization of C-band and Ku band; the Weibull distribution is more consistent with HV and VH polarization in X-band and HH and VV polarization in Ku band.

**Key words:** Radar Cross Section; K-nearest neighbor method; kernel density estimation; statistical characteristics; aeroengine

## 0 引言

雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)是衡量

隐身目标隐身性能的基本指标<sup>[1-3]</sup>,其随隐身目标被观测的角度、雷达入射波频率以及目标表面涂敷材料等因素的变化呈现剧烈的起伏特性,精确地将目标RCS

收稿日期:2022-10-12 基金项目:国家自然科学基金(61602321)资助

作者简介:傅莉(1968),博士,教授,博士生导师。

引用格式:傅莉,崔哲,邓洪伟.航空发动机后向RCS统计特性分析方法[J].航空发动机,2024,50(1):72-78.FU Li,CUI Zhe,DENG Hongwei.Statistical characteristics analysis method of aeroengine backward RCS[J].Aeroengine,2024,50(1):72-78.

与不同情形下的状态对应起来存在较大困难且精确度难以保障。因此,从统计分析的角度去描述 RCS 很有必要<sup>[4]</sup>,同时也对 RCS 统计算法的拟合精度提出了更高的要求。

20 世纪 60 年代初, Marcum 和 Swerling 率先提出了 RCS 统计模型,分别称为 Marcum 模型和 Swerling I—IV 模型<sup>[5]</sup>, Marcum 模型主要研究对象为非起伏目标, Swerling I—IV 模型则以起伏的典型飞行器目标为主要研究对象。随后,第 2 代 RCS 统计特性分析模型相继问世。Meyer<sup>[6]</sup>于 1973 年提出卡方 (Chi-square) 模型, Heidbreder<sup>[7]</sup>和 Mitchell 提出了对数正态 (Log-normal) 模型, Waloddi Weibull 提出了威布尔分布 (Weibull Distribution) 模型<sup>[8]</sup>。第 2 代统计特性模型提高了 RCS 统计分布模型的拟合精度,扩展了模型的应用范围。当前的研究更多倾向于分析研究战机整体的 RCS 统计特性,而一味的改进统计模型并没有显著提高拟合精度,针对隐身战机局部的隐身特性分析少之又少。由于发动机的“聚波”效应,发动机后向的 RCS 占战机总体的 RCS 达到 90% 以上<sup>[9]</sup>。因此对发动机后向 RCS 统计特性研究分析刻不容缓。在对于隐身目标的 RCS 统计特性分析研究中,统计算法的精确程度尤为重要,统计算法精确度高,拟合模型的研究才有意义。而从 RCS 数据统计方法的角度提升统计模型拟合精度的研究也非常少,庄压强等<sup>[10]</sup>在研究隐身无人机的 RCS 统计特性以及刘晓毅<sup>[11]</sup>在研究海杂波 RCS 统计特性时均采用了传统的概率密度统计方法对 RCS 的统计特性进行计算,该方法精度低,难以满足实际工程需要;陈世春等<sup>[12]</sup>第一次将核密度估计的方式应用到典型飞机的 RCS 统计当中,然而固定带宽的核密度估计的精度虽然比概率密度统计的提高了,但仍然不能满足飞行器局部 RCS 统计对于精度方面的要求。

本文将从局部隐身性的角度针对航空发动机后向雷达隐身性能展开研究,通过基于 K 最近邻法计算动态窗宽的核密度算法 (K-Kernel Density Estimation, K-KDE) 对发动机后向模型的 RCS 进行统计特性计算分析,提高现有 RCS 统计特性分析算法的精度。

## 1 统计模型建立

### 1.1 卡方 (Chi-square) 分布模型

Meyer 提出的卡方分布模型为

$$f(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{k-1} \exp(-\chi^2/2)}{2^k (k-1)!} \quad (1)$$

式中:  $k$  为自由度;  $\chi^2$  为自变量。

作如下变换

$$\begin{cases} \chi^2 = 2k/\bar{x} \\ d\chi^2/dx = 2k/\bar{x} \end{cases} \quad (2)$$

可得

$$f(x) = \frac{k}{(k-1)! \bar{x}} \left(\frac{kx}{\bar{x}}\right)^{k-1} \exp\left(-\frac{kx}{\bar{x}}\right) (x \geq 0) \quad (3)$$

当  $k=1, 2, N, 2N, \infty$  时, 卡方分布模型简化为 Swerling I、II、III、IV 型分布模型和 Marcum 分布模型。本文选择  $k=2N$  时的情形, 即 Swerling IV 分布,  $N$  为 1 次扫描中脉冲积累数。典型目标有舰船、卫星、侧向观察的导弹与高速飞行体, 相较于其他分布模型, Swerling IV 更适合用于发动机后向模型的 RCS 统计特性研究<sup>[12]</sup>。其 Chi-square 分布模型的累计分布函数为

$$F(x) = e^{-\frac{2Nx}{\bar{x}}} \cdot \left[ \sum_{n=0}^{2N-1} \left(\frac{2Nx}{\bar{x}}\right)^n \frac{1}{n!} \right] (x \geq 0) \quad (4)$$

式中:  $\bar{x}$  为 RCS 的平均值。

### 1.2 对数正态 (Log-normal) 分布模型

Heidbreder 和 Mitchell 提出对数正态分布模型。在 RCS 统计特性领域, 对数正态分布模型更多应用于战机动态 RCS 统计特性的分析拟合, 而动态 RCS 统计特性变化无规律复杂的特征与本文的 RCS 数据特征相符合, 因此对数正态分布同样作为拟合统计模型用来分析发动机后向 RCS 统计特性<sup>[11]</sup>。其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \ln \mu)^2}{2\sigma^2}\right) (\sigma > 0) \quad (5)$$

Log-normal 模型的累计分布函数为

$$\begin{cases} F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sqrt{2\sigma}}\right) (x > 0) \\ \operatorname{erf} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $x$  为自变量;  $\mu$  为 RCS 数据对数的均值;  $\sigma$  为 RCS 数据对数的标准差。

### 1.3 威布尔分布 (Weibull Distribution) 模型

Waloddi Weibull 提出的威布尔分布 (Weibull distribution) 模型, 其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) (\sigma > 0, k > 0, \lambda > 0) \quad (7)$$

其累积分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (8)$$

式中: $x$ 为目标 RCS 值; $\lambda$ 为用来描述平均功率的尺度参数; $k$ 为用来描述分布偏斜度的形状参数。

## 2 改进的 Epanechnikov 核密度估计算法

### 2.1 Epanechnikov 核密度估计

核密度估计是一种经典的非参数估计算法<sup>[13]</sup>,根据数据本身求解概率密度函数,不需要添加任何数据分布的假设条件,从而提高了概率密度的精确性和鲁棒性。设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x)$ ,由  $f(x) = F'(x)$ ,根据核密度估计的基本思想,可以得到  $f(x)$  简单的估计

$$f_n(x) = \frac{F(x+h) - F(x-h)}{2h} \quad (9)$$

式中: $h = h(n)$ ,为非负的一系列常数; $n$ 为待估计的样本总量; $F(x)$ 为随机变量的经验分布函数。

核密度估计实质上就是根据估计量对最符合估计量分布的密度函数的一个求解过程<sup>[14]</sup>,常见核密度函数估计量为

$$f(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x-x_i) \quad (10)$$

式中: $K(\cdot)$ 为核函数; $K_h(x) = K(x/h)$ , $h$ 为窗宽。

由式(10)可见,核函数与窗宽是决定核密度估计精度的 2 种重要因素。高斯(Gaussian)核、Epanechnikov 核、4 次方核等均为核密度估计中较为常用的核函数。其中,Epanechnikov 核函数是具有紧支集的多项式形式核函数(Gaussian 核函数是不具有紧支集的复杂指数函数),计算简单<sup>[15]</sup>,外推能力强,并兼具良好的全局性质<sup>[16]</sup>,同时 Epanechnikov 核具有最小的渐进平均积分平方误差(Asymptotic Mean Integrated Squared Error, AMISE)以及最优的核效率 1(Gaussian 核的效率仅为 0.951)<sup>[17]</sup>。因此,选择 Epanechnikov 核作为核密度估计的核函数

$$K(x) = \frac{3}{4}(1-x^2)I(|x| \leq 1) \quad (11)$$

式中: $I(x)$ 为示性函数,当括号中的条件为真时  $I(x)$  取值为 1,当括号中的条件为假时  $I(x)$  取值为 0<sup>[18]</sup>。

### 2.2 $K$ 最近邻法估计窗宽

式(10)中窗宽  $h$  的大小对被估计的随机变量  $x$  密

度函数的影响较大。窗宽  $h$  越大,则所估计的概率密度函数越光滑,但其偏差也越大。核函数窗宽选择的方法通常有如下 2 种。

(1)固定窗宽。核密度估计的窗宽对于所有的估计量都是固定不变的。

(2)自适应窗宽。核密度估计的窗宽随着估计量的变化而变化,不是一成不变的<sup>[19]</sup>。

本文采用自适应窗宽估计方法。利用  $K$  最近邻方法对自适应的窗宽进行计算。 $K$  最近邻方法是计算每个相邻样本的欧氏距离的一种方法<sup>[20]</sup>,每个样本点  $x$  定义为

$$d_1(x) \leq d_2(x) \leq \dots \leq d_k(x) \quad (12)$$

式(12)表示样本点  $x$  周围的近邻到  $x$  的距离  $d_k(x)$  从最近到最远依次排列。其中, $k$  一般取为  $\sqrt{n}$ , $n$  为样本总数。

2 维平面 2 点间  $a = (x_1, y_1)$  和  $b = (x_2, y_2)$  的欧氏距离为

$$d(a, b) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (13)$$

本文应用  $K$  最近邻方法计算每个相邻样本的欧氏距离,进而判断样本局部密度。然后依据样本点与最近邻的距离动态调整核函数的窗宽,使窗宽随样本局部密度的变化而进行相应调整。如此便可动态调整核密度估计窗宽,使之与  $K$  最近邻法结合

$$f(x) = \frac{1}{nd_p(x)} \sum_{i=1}^n K_h\left(\frac{x-x_i}{d_p(x)}\right) \quad (14)$$

$$d_p(x) = \sum_{p=1}^k \sqrt{(x-x_p)^2 + (y-y_p)^2} \quad (15)$$

$d_p(x)$  即为随样本的局部密度变化而调整的核函数动态窗宽,表示为样本点周围  $k$  个最近邻的欧氏距离之和。式(14)可表示为

$$f(x) = \frac{1}{n \sum_{p=1}^k \sqrt{(x-x_p)^2 + (y-y_p)^2}} \cdot \sum_{i=1}^n K_h\left(\frac{x-x_i}{\sum_{p=1}^k \sqrt{(x-x_p)^2 + (y-y_p)^2}}\right) \quad (16)$$

第  $n-1$  个样本数据概率密度分布函数记为

$$f_{n-1}(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{1}{d_{n-1}(x)} K\left(\frac{x-x_i}{d_{n-1}(x)}\right) \quad (17)$$

接收到第  $n$  个样本时,样本数据的核密度估计为

$$f_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{d_n(x)} K\left(\frac{x-x_i}{d_n(x)}\right) = \frac{n-1}{n} \left[ \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{d_{n-1}(x)} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{d_{n-1}(x)}\right) \right] + \frac{1}{nd_n(x)} K\left(\frac{x-x_n}{d_n(x)}\right) = \frac{n-1}{n} \cdot f_{n-1}(x) + \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{d_n(x)} K\left(\frac{x-x_n}{d_n(x)}\right) \quad (18)$$

当前时刻接收到第  $n$  个样本时,更新其自适应窗宽  $d_n(x)$ ,代入式(17),在  $f_{n-1}(x)$  的基础上即可求得当前角度的 RCS 的概率密度分布  $f_n(x)$ <sup>[18]</sup>。

### 3 算法精度检验

将式(18)进行积分处理,便能得到自适应带宽的 CDF。已有很多研究者从 CDF 的角度研究估计效果,本文亦从 CDF 的角度研究估计效果。为了判断基于  $K$  最近邻法动态窗宽估计的 Epanechnikov 核密度估计算法拟合精度,采用 2 种方法对服从参数(0, 1)的正态分布、自由度  $4N$  的卡方分布、参数(0.5, 1)的对数正态分布以及参数(0.2, 1)的威布尔分布随机样本点的 CDF 进行估计,并与真实的 CDF 进行比较。2 种 KDE 算法的比较如图 1 所示。

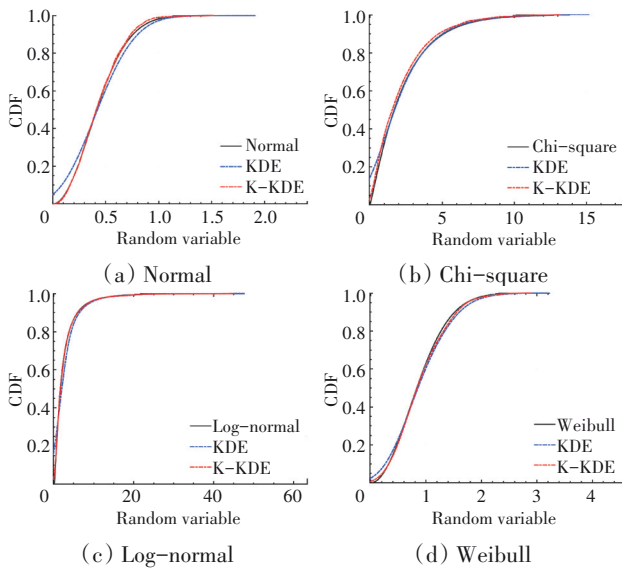


图 1 2 种 KDE 算法的比较

从图中可见, K-KDE 算法对于 4 种固定参数的分布函数的 CDF 拟合效果明显优于蓝色曲线代表的传统算法,尤其在随机数从零开始的起始阶段效果更加明显,为了定量说明 K-KDE 算法的拟合精度高的优

势,现引入了均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE),其值以  $R$  来表示

$$R = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [F(x_i) - \hat{F}(x_i)]^2} \quad (19)$$

2 种算法拟合的 RMSE 值见表 1。

表 1 2 种算法拟合的 RMSE 值

样本	$R$		拟合精度提高/%
	K-KDE 算法	KDE 算法	
Normal	0.152	0.221	31.2
Chi-square	0.079	0.129	38.8
Log-normal	0.081	0.131	38.1
Weibull	0.239	0.351	31.9

从表中可见, K-KDE 算法对于 4 种固定参数的分布函数拟合精度均高于传统算法,尤其对于卡方和对数正态分布,拟合精度提高分别达到 38.8% 和 38.1%,对于正太以及威布尔分布,拟合精度提高也同样超过了 30%。研究表明 K-KDE 可以更精准地拟合各 RCS 统计特性模型,更有利于 RCS 统计特性的研究。

## 4 发动机后向 RCS 统计特性分析

### 4.1 数据获取

本文根据 F135 发动机的公开信息,建立发动机后向(尾喷管、混合外筒体、中心锥、波瓣混合器、传焰器)模型,该模型长 1.526 m,直径 0.912 m。利用 3 维建模软件中的创成式外形设计模块和曲面设计模块对目标建模。设计涂覆方案,内外层涂敷不同参数的雷达吸波材料(Radar Absorbing Material, RAM)。利用网格划分软件将模型划分为 693467 个网格,使 RCS 计算更加精准。

Alex<sup>[21]</sup>在对 NASA 杏仁体、锥球、双锥球、有间隙锥球进行 RCS 暗室测试试验时,将矩量法(Method of Moments, MoM)计算的 RCS 理论值作为衡量测试 RCS 拟合精度的标准。采用当前电磁兼容市场中应用最为广泛的电磁仿真软件进行 RCS 计算,但为了保证研究的严谨性,本文通过对文献[21]中相同尺寸的有间隙锥球进行仿真,并与矩量法(Moment Methods, MOM)计算的理论值进行对比,验证仿真软件仿真结果的精确度。结果表明:RMSE 值趋于 0,软件计算精准。锥球仿真如图 2 所示, MOM 计算的 RCS 理论值与仿真得到的 RCS 值对比如图 3 所示。

利用仿真软件使用矩量法在单雷达基站情况下



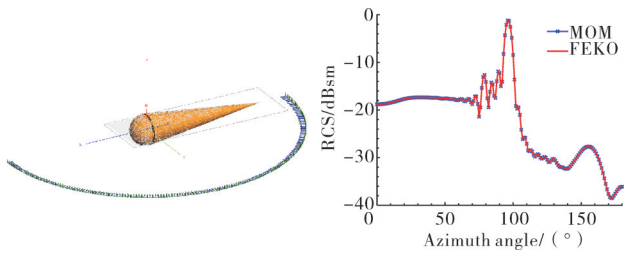


图2 锥球仿真

图3 MOM与软件的计算结果对比

求解3个波段(C、X、Ku)、4种极化方式(HH、VV、HV、VH)下12组RCS数据,计算的角域包括俯仰角为 $0^\circ$ 时的 $-30^\circ \sim 30^\circ$ 方位域,计算的采样间隔为 $0.1^\circ$ 。插入计算RCS的计算角域图像,测试模型如图4所示。

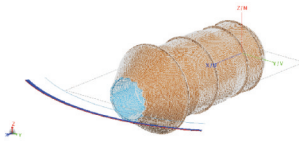


图4 测试模型

上文中软件计算得到的不同波段RCS分布曲线如图5所示,各组RCS均值统计见表2。

分析图5及表2可得到RCS数据变化的特征如下。

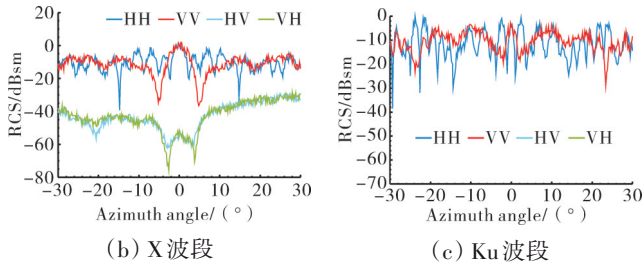


图5 不同波段RCS分布曲线

表2 RCS均值统计

极化方式	RCS均值			dBsm
	5.60 GHz 波段	9.41 GHz 波段	15.20 GHz 波段	
HH	-17.5148	-13.0537	-13.9791	
VV	-19.1536	-13.9602	-13.9791	
HV	-41.7555	-45.5945	-40.1045	
VH	-42.1622	-45.4148	-39.9391	

(1)波动频率的特征表现为:4组数据序列特征呈现无规则变化,由于发动机对称结构而表现出以 $0^\circ$ 为中心的轴对称特征。HH极化采集到的RCS数据波动频率以及复杂程度最大。

(2)RCS均值的特征表现为:HH、VV 2种极化方

式得到的RCS均值要远大于HV和VH极化方式得到的RCS均值;在HH、VV极化方式下,随着波长变短RCS均值有所增长,然而X和Ku波段变化并不大,C波段的RCS数据均值要比X和Ku波段RCS均值小约5 dBsm。在HV、VH极化方式下,RCS均值变化幅度小,X波段最小,分别为 $-45.5945$  dBsm、 $-45.4148$  dBsm,C波段与Ku波段相差在3 dBsm以内。

#### 4.2 拟合精度检验

为了便于进行RCS数据的统计分析,将RCS单位dBsm转换为 $m^2$ 。二者之间的转换关系为

$$\sigma \text{ dBsm} = 10 \lg(\sigma) m^2 \quad (20)$$

利用上文K-KDE算法对计算得到的RCS进行统计,得到各组RCS的CDF曲线,同时利用卡方、对数正态以及威布尔分布对其进行拟合。RCS的CDF拟合曲线如图6所示。

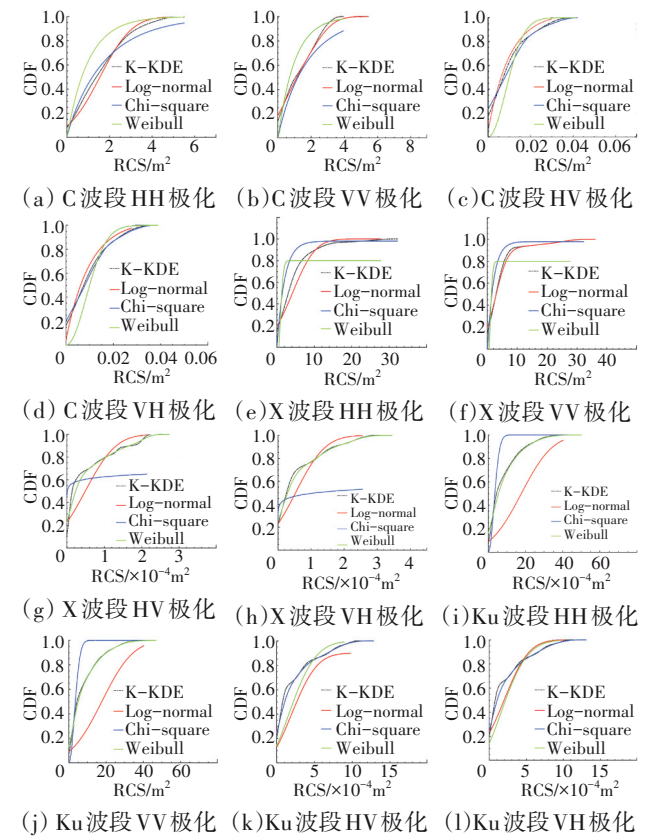


图6 RCS的CDF拟合曲线

从图中可见,不同的统计特性分析模型对于同组RCS数据的CDF拟合效果完全不同。

因此,为了更加具体地比较各分布函数的拟合优势,通过Kolmogorov-Smirnov拟合精度检验的方法对第2代RCS统计特性分布模型拟合上述各组RCS数据CDF的拟合精度进行检验。Kolmogorov-Smirnov

检验,简称 K-S 检验,主要用来量化一组样本数据的实际分布与某一固定的分布相符合的程度<sup>[22]</sup>。

K-S 检验的检验统计量  $D_n$  为

$$D_n = \sup_{-\infty < x < +\infty} |F_n(x) - F(x)| \quad (21)$$

式中: $F(x)$ 为样本数据的累积概率函数, $F_n(x)$ 为统计分布模型的累积概率函数。

$D_n$  表征了统计分布模型理想数据和样本数据的拟合程度, $D_n$  越小,拟合效果越好,K-S 拟合精度检验结果见表 3。

表 3 K-S 拟合精度检验结果

波段频率/ GHz	极化方式	K-S 拟合精度		
		对数正态分布	卡方分布	威布尔分布
5.60	HH	0.1539	0.3941	0.6613
	VV	0.1216	0.3246	0.4125
	HV	0.3169	0.2137	0.4617
	VH	0.3326	0.1164	0.4317
9.41	HH	0.1857	0.2912	0.5124
	VV	0.1024	0.2093	0.5213
	HV	0.5751	1.2863	0.1021
	VH	0.3351	1.2710	0.1061
15.20	HH	1.153	0.2356	0.0912
	VV	1.0932	0.2453	0.0761
	HV	1.3147	0.0943	0.6216
	VH	0.3985	0.0817	0.4122

根据 K-S 检验准则,当置信水平为 0.05 时,要求 K-S 检验结果小于 0.13403,则判定拟合精度达到要求。结合表 3 的 K-S 拟合精度的检验结果分析发动机后向模型 RCS 统计特性规律。在 C 波段,对数正态分布模型更适用于拟合 HH、VV 2 种极化方式的数据,K-S 拟合精度检验结果分别为 0.1539、0.1216,但是 HH 极化拟合精度检验结果与满足拟合精度要求的优度仍然相差 0.01987。HV、VH 极化下卡方模型的拟合精度更高,拟合精度检验结果分别为 0.2137、0.1164,其中 HV 极化拟合精度检验结果与满足拟合精度要求的结果仍然相差 0.07967;在 X 波段,对数正态分布仍为 HH、VV 最优的拟合模型,拟合精度检验结果分别为 0.1857、0.1024,HH 极化拟合精度检验结果与满足精度要求的优度仍然相差 0.05167。在 HV、VH 极化下威布尔分布有更显著的拟合效果,拟合精度检验结果分别为 0.1021、0.1061,均满足拟合精度检验精度要求;在 Ku 波段,威布尔分布在 HH、VV 2 种极化方式的数据 K-S 拟合精度检验结果分别为

0.0912、0.0761,均满足要求,且拟合效果最好。在 HV、VH 极化下卡方模型的拟合精度更高,拟合精度检验结果分别为 0.0943、0.0817,均满足要求,且拟合效果最好。

## 5 结论

(1) 提出的 K-KDE 算法可以用于 RCS 统计特性分析,其 RMSE 值比传统核密度估计算法的减小超过 30%。

(2) 发动机后向 RCS 值在 HH 极化方式下波峰波谷变化的频率最高,且随入射波的波长缩短而愈加明显。交叉极化的 RCS 均值却比 HH 以及 VV 极化的 RCS 均值小,为 20 ~ 40 dBsm。

(3) 对于发动机后向 RCS 统计特性的变化规律,对数正态分布更符合 C 波段和 X 波段的 HH 和 VV 极化的统计分布特性,能达到 K-S 检验的精度要求。卡方分布更符合 C 波段以及 Ku 波段 HV 和 VH 极化的统计特性分析,威布尔分布则在 X 波段的 HV、VH 极化以及 Ku 波段的 HH、VV 极化中拟合效果最好。

本文针对 F135 发动机后向 RCS 统计特性分析方法的研究,以及所得到的 RCS 统计特性变化规律,可为其他型号发动机后向 RCS 的研究提供参考,K-KDE 算法也可用于在不同领域较高精度的 CDF 统计。

### 参考文献:

- [1] 张伟,王国玉,曾勇虎,等.飞机目标动态 RCS 分布特性研究[J].电波科学学报,2010,25(1):117-121.  
ZHANG Wei, WANG Guoyu, ZENG Yonghu, et al. Research on dynamic RCS distribution characteristics of aircraft targets[J]. Journal of Radio Science, 2010, 25(1): 117-121. (in Chinese)
- [2] 杨胜男,张志学,邵万仁,等.带中心锥航空发动机腔体电磁散射特性数值研究[J].航空发动机,2014,40(1):48-53,59.  
YANG Shengnan, ZHANG Zhixue, SHAO Wanren, et al. Numerical study on electromagnetic scattering characteristics of aero-engine cavity with central cone[J]. Aeroengine, 2014, 40(1): 48-53, 59. (in Chinese)
- [3] 陈瀚曦,尚守堂,王群,等.航空发动机排气系统雷达散射特性数值计算[J].航空发动机,2022,48(6):11-17.  
CHEN Hanze, SHANG Shoutang, WANG Qun, et al. Numerical calculation of Radar Scattering Characteristics of aero engine exhaust system [J]. Aeroengine, 2022, 48(6): 11-17.
- [4] Fu L, Jiang G, Huang Q. Statistical characteristics analysis based on F/A-XX fighter using adaptive kernel density estimation algorithm[J].

- Journal of Shanghai Jiaotong University (Science), 2022: 1–9.
- [5] Gao Z H, Wang M L. An efficient algorithm for calculating aircraft RCS based on the geometrical characteristics[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(4): 296–303.
- [6] Meyer D P, Mayer H A. Radar target detection: handbook of theory and practice[M]. New York: Academic Press, 1973: 64–65.
- [7] Heidbreder G R, Mitchell R L. Detection probabilities for log-normally distributed signals[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, AES-3(1): 5–13.
- [8] Shi W Q, Shi X W, Xu L. Radar Cross Section (RCS) statistical characterization using Weibull distribution[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2013, 55(6): 1355–1358.
- [9] 邓洪伟, 尚守堂, 金海, 等. 航空发动机隐身技术分析与伦述[J]. 航空科学技术, 2017, 28(10): 1–7.  
DENG Hongwei, SHANG Shoutang, JIN Hai, et al. Analysis and discussion of aeroengine stealth technology[J]. Aviation Science and Technology, 2017, 28(10): 1–7. (in Chinese)
- [10] 庄亚强, 张晨新, 张小宽, 等. 典型隐身飞机动态 RCS 仿真及统计分析[J]. 微波学报, 2014, 30(5): 17–21.  
ZHUANG Yaqiang, ZHANG Chenxin, ZHANG Xiaokuan, et al. Dynamic RCS simulation and statistical analysis of typical stealth aircraft [J]. Journal of Microwave, 2014, 30(5): 17–21. (in Chinese)
- [11] 刘晓毅. 基于电磁散射机理的雷达海杂波特性统计分析[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2015.  
LIU Xiaoyi. Statistical analysis of radar sea clutter characteristics based on electromagnetic scattering mechanism[D]. Xi'an: Xidian University, 2015. (in Chinese)
- [12] 陈世春, 黄沛霖, 姬金祖. 典型隐身飞机的 RCS 起伏统计特性[J]. 航空学报, 2014, 35(12): 3304–3314.  
CHEN Shichun, HUANG Peilin, JI Jinzu. RCS fluctuation statistical characteristics of typical stealth aircraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(12): 3304–3314. (in Chinese)
- [13] Lapko A V. Modified fast algorithm for the bandwidth selection of the kernel density estimation[J]. Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, 2021, 56(6): 566–572.
- [14] Min S, Yin R, Wang Y F, et al. Photovoltaic power interval forecasting method based on kernel density estimation algorithm[J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2020, 615(1): 012062–012065.
- [15] George K, Dimitrios G, Nick K, et al. Efficient biased sampling for approximate clustering and outlier detection in large data sets. [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2003, 15(5): 1170–1187.
- [16] Brian, Yandell S. Kernel Smoothing[J]. Technometrics, 1996, 38(1): 75–76.
- [17] Susmita P, Pradipta K N. Kernel density estimation and correntropy based background modeling and camera model parameter estimation for underwater video object detection[J]. Soft Computing, 2021, 25: 10477–10496.
- [18] 张钦礼, 王士同. 基于 Epanechnikov 混合模型的中心化模糊模型 [J]. 计算机研究与发展, 2010, 47(5): 940–947.  
ZHANG Qinli, WANG Shitong. Centralized fuzzy model based on Epanechnikov hybrid model[J]. Computer Research and Development, 2010, 47(5): 940–947. (in Chinese)
- [19] 田晟, 曾莉莉. 基于改进核密度估计的电动出租车快速充电行为研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2021, 21(4): 221–229.  
TIAN Sheng, ZENG Lili. Fast charging behavior of electric taxi based on improved kernel density estimation[J]. Transportation System Engineering and Information, 2021, 21(4): 221–229. (in Chinese)
- [20] 李新春, 侯跃. 基于改进 AP 选择和 K 最近邻法算法的室内定位技术[J]. 计算机应用, 2017, 37(11): 3276–3280.  
LI Xinchun, HOU Yue. Indoor location technology based on improved AP selection and k-nearest neighbor algorithm[J]. Computer Applications, 2017, 37(11): 3276–3280. (in Chinese)
- [21] Woo A C, Wang H T G. EM programmer's notebook—benchmark radar targets for the validation of computational electromagnetics programs [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 1993, 35(1): 84–89.
- [22] Xu X, Xu Z G. Blind watermark detection based on K-S test in radio-frequency signals[J]. Electronics Letters, 2020, 56(1): 30–32.

(编辑: 刘 静)