

# 考虑安装误差的 GTF 星型齿轮传动系统均载特性影响规律

王海旭<sup>1,3</sup>, 杨浩楠<sup>2</sup>, 尤小梅<sup>2</sup>

(1. 中国航发沈阳发动机研究所, 沈阳 110015; 2. 沈阳理工大学 机械工程学院, 沈阳 110159;  
3. 机械系统与振动全国重点实验室, 上海 200240)

**摘要:** 作为下一代民用航空发动机主要发展方向之一的齿轮传动涡扇发动机(GTF), 其引入了星型齿轮传动系统, 为探究安装误差对星型齿轮传动系统均载特性的影响规律, 基于商用软件建立 GTF 星型齿轮传动系统刚柔耦合动力学模型, 以均载系数为考查指标进行仿真分析。分别考虑太阳轮、齿圈安装误差对系统的影响, 并引入柔性支撑刚度改善载荷分配不均的问题, 系统地分析其影响规律。结果表明: 在健康工况条件下, 各啮合副接触力分布均匀, 系统的均载特性良好; 随着安装误差的增大, 均载系数呈增大趋势, 内、外啮合副均载系数较健康工况下的最多增大了 21.1% 和 21.4%, 系统的均载特性变差; 通过添加柔性支撑并调整支撑刚度, 内、外啮合副的均载系数减小到 1.00952 和 1.00187, 系统均载特性趋于合理, 基本改善了载荷分配不均的问题。

**关键词:** 安装误差; 齿轮传动涡扇发动机; 星型齿轮传动系统; 均载特性; 接触力; 柔性支撑

中图分类号: V233.1

文献标识码: A

doi: 10.13477/j.cnki.aeroengine.2024.01.018

## Analysis of Load Sharing Characteristics of GTF Star Gear Transmission System Considering Installation Error

WANG Hai-xu<sup>1,3</sup>, YANG Hao-nan<sup>2</sup>, YOU Xiao-mei<sup>2</sup>

(1. AECC Shenyang Engine Research Institute, Shenyang 110015, China;

2. School of Mechanical Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China;

3. State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** As one of the main development directions of the next generation civil aviation engines, the Geared Turbo Fan engine (GTF) introduces a star gear transmission system. In order to study the influence of installation error on load-sharing characteristics of GTF aeroengine star gear transmission system, a rigid-flexible coupling dynamics model of GTF star gear transmission system was established based on commercial software, and the load-sharing coefficient was used as the test index for simulation analysis. The impacts of installation errors of the sun gear and gear ring on the system were considered separately, and the flexible support stiffness was introduced to improve the problem of uneven load distribution, and their impact laws were systematically analyzed. The results show that under a healthy working condition, the contact force of each meshing pair is evenly distributed, and the load-sharing characteristic of the system is good. With the increase of the installation error, the load-sharing coefficient of the inner and outer meshing pairs increases by 21.1% and 21.4%, and the load-sharing characteristics of the system become worse. By adding the flexible support and adjusting the support stiffness, the load-sharing coefficients of the inner and outer meshing pairs can be reduced to 1.00952 and 1.00187, the load-sharing characteristics of the system become more reasonable, and the problem of uneven load distribution is basically improved.

**Key words:** Installation error; GTF; star gear system; load-sharing characteristics; contact force; flexible support

## 0 引言

齿轮传动涡扇(Geared Turbo Fan, GTF)航空发动

机由于增加了减速齿轮箱, 平衡了低压转子与风扇转子转速差, 使系统处在最佳状态<sup>[1]</sup>。齿轮箱是关键部件, 在安装时如出现误差, 会导致系统载荷分配不均

收稿日期: 2022-01-24 基金项目: 航空动力基础科研项目资助

作者简介: 王海旭(1989), 男, 硕士, 高级工程师。

引用格式: 王海旭, 杨浩楠, 尤小梅. 考虑安装误差的 GTF 星型齿轮传动系统均载特性影响规律[J]. 航空发动机, 2024, 50(1): 129-134. WANG Haixu, YANG Haonan, YOU Xiaomei. Analysis of load sharing characteristics of GTF star gear transmission system considering installation error[J]. Aeroengine, 2024, 50(1): 129-134.

匀,直接影响传动系统的使用寿命和可靠性<sup>[2]</sup>。因此,研究不同程度安装误差对GTF星型传动系统传动规律和均载特性的影响具有重要意义。

国内外学者对考虑安装误差轮系的均载特性及动力学问题进行了研究。Mo等<sup>[3-4]</sup>针对齿轮啮合间隙引起的啮合误差,建立了考虑位移协调性的2级多分段数学模型,分析了内外啮合线上等效的啮合误差;巫世晶等<sup>[5]</sup>以Ravigneaux式复合行星轮系为研究对象,建立采用中心浮动构件的集中参数模型,分析了多种误差对系统均载特性的影响;任菲<sup>[6-7]</sup>以人字齿行星齿轮传动为研究对象,考虑构件的偏心、轴承支承刚度等因素,发现制造误差对人字齿行星传动均载性能有显著影响,构件浮动可以改善系统均载特性;叶福民等<sup>[8]</sup>针对行星齿轮传动系统,建立了多自由度非线性动力学模型,计算了系统的均载系数;孙宏<sup>[9]</sup>建立了风电齿轮箱多体动力学模型,考虑安装误差等分析了其动力学特性;张延<sup>[10]</sup>基于集中参数法,建立了人字齿行星传动系统动力学模型,分析了多种误差下系统均载特性变化规律;李志宾等<sup>[11]</sup>以同轴六分支分扭人字齿行星传动系统为研究对象,考虑到制造误差和安装误差,根据系统功率闭环特征建立变形协调方程,形成了同轴六分支人字齿行星传动系统静均载分析方法。

综上所述,多数学者的研究集中在直齿以及斜齿行星传动方面,且大多数的研究模型是简化模型。对于GTF星型齿轮传动系统,在考虑安装误差条件下的均载特性研究文献比较罕见。为此,本文构建考虑安装误差的刚柔耦合虚拟样机模型,分析不同程度安装误差对系统均载特性的影响,探究通过添加柔性支撑并调整支撑刚度的方法来改善安装误差造成载荷分配不均问题的可行性。

## 1 GTF星型齿轮传动系统虚拟样机模型建立

本文以GTF星型齿轮传动系统作为研究对象,其详细参数见表1。为了增加仿真效率,建模时忽略螺栓等细小结构,不考虑输入、输出轴,建模后在UG

表1 传动系统详细参数

齿轮名称	齿数	法向模数 $M_n/\text{mm}$	螺旋角 $\beta/$ ( $^\circ$ )	法向压力角 $\alpha_n/(\text{^\circ})$	槽宽/ mm
太阳轮	44				
行星轮	45	2.12	25	14.5	30
环形齿圈	136				

NX10中检查干涉并完成装配<sup>[12]</sup>,导出Parasolid格式文件。GTF星型传动齿轮箱3维实体模型如图1所示。

### 1.1 刚柔耦合模型建立

刚性齿轮在啮合过程中,每个齿在啮合时接触力会产生跳动变化,导致下一时刻接触的齿面产生极小的反弹,极易使啮合力出现异常。而齿轮均采用柔性体可以很好地避免上述问题,但会导致仿真计算量激增。所以本文将行星轮柔性处理<sup>[13]</sup>,柔性行星轮如图2所示。

在构建系统刚柔耦合动力学模型时,采用6个广义坐标进行具体定义<sup>[14-15]</sup>

$$\mathbf{q} = [x, y, z, \theta, \varphi, \Psi]^T \Phi(q, t_n) \quad (1)$$

式中: $t_n$ 为运动时刻任意值,任意时刻位置采用Newton-Raphson法求解

$$\Phi_{qj} \Delta q_j + \Phi(q, t_n) = 0 \quad (2)$$

式中: $\Delta q_j = q_j - q_{j-1}$ ;  $q_j$ 为系统广义坐标。

通过式(1)、(2)求出刚柔耦合系统动力学方程

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j + \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial \Phi}{\partial q_j} \quad (3)$$

式中: $T$ 为广义坐标系统总动能; $\lambda_i$ 为特定时刻约束方程拉格朗日乘子; $Q_j$ 为 $q_j$ 方向上的广义力。

GTF星型齿轮传动系统刚柔耦合虚拟样机模型如图3所示。根据上述原理建立太阳轮和齿圈为刚体、行星轮为柔体的刚柔耦合仿真模型。

### 1.2 约束及接触力参数设定

根据模型实际运动及其约束特征,处理如下:

(1)太阳轮、行星轮和齿圈分别与大地之间添加



图1 GTF星型传动齿轮箱3维实体模型

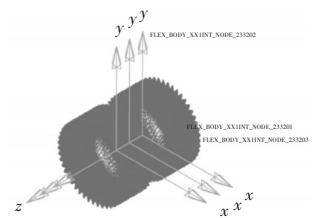


图2 柔性行星轮



图3 GTF星型齿轮传动系统刚柔耦合虚拟样机模型

转动副,双齿圈之间添加固定副。

(2)采用赫兹接触冲击函数法来计算齿轮间接触力。在参数设置中,齿轮副相互接触碰撞的刚度值  $K$  与接触面形状以及啮合副材料相关<sup>[16]</sup>,其计算式<sup>[17]</sup>为

$$K = \frac{4}{3} \sqrt{R} E^* \quad (4)$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (5)$$

$$E^* = \frac{E_1 E_2}{E_2(1 - \mu_1^2) + E_1(1 - \mu_2^2)} \quad (6)$$

式中: $R_1$ 、 $R_2$ 分别为齿轮啮合处当量半径,以节圆半径近似代替; $E_1$ 、 $E_2$ 分别为齿轮弹性模量; $\mu_1$ 、 $\mu_2$ 分别为齿轮泊松比。

计算得到外啮合接触刚度为  $K_1=1.09 \times 10^8$  N/m,内啮合接触刚度为  $K_2 = 1.34 \times 10^8$  N/m。穿透深度取为 0.01 mm,阻尼系数取刚度值的 0.1%~1.0%,非线性指数  $e$  取 1.5,静摩擦系数取为 0.01,动摩擦系数取为 0.01。

## 2 健康工况的仿真及分析

### 2.1 仿真工况设置

健康状态仿真工况见表 2。采用 STEP 函数形式加载,加载时间为 0.5 s,仿真时间为 0.6 s,仿真步长为 0.00001 s,取 0.5~0.6 s 区间做结果分析。

表 2 健康状态仿真工况

输入转速 $n$ / (r/min)	转速设置	负载转矩 $T$ /(N·m)	负载设置
600	STEP(TIME,0,0,0.5,1)*600/60*360D	557.025	STEP(TIME,0,0,0.5,1)*557.025

### 2.2 健康工况的仿真分析

健康工况角速度仿真结果如图 4 所示。从图中可见,太阳轮平均角速度为  $3600^\circ/\text{s}$ ,齿圈平均角速度为  $1164.71^\circ/\text{s}$ ,理论推算出的齿圈角速度为  $1164.67^\circ/\text{s}$ ,二者相对误差为 0.003%,仿真结果与理论值基本一致,验证了虚拟样机的合理性。

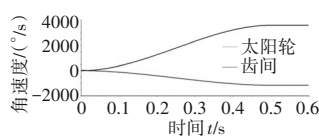
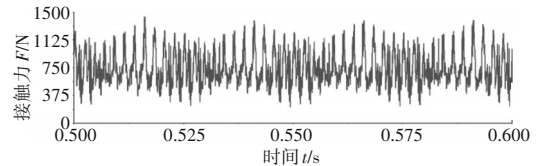


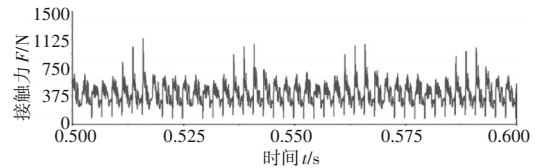
图 4 健康工况角速度仿真结果

健康工况系统内、外啮合副接触力曲线如图 5 所示。从图 5(a)、(b)中可见,内啮合副啮合力始终比外啮合副接触力大,呈现周期性变化且在平均值附近波

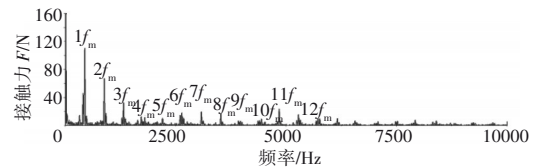
动。外啮合副接触力平均值为 739 N,内啮合副接触力平均值为 422 N。从图 5(b)、(c)中可见,外啮合接触力频域主要表现在 1、2、3、11 倍啮频,最大峰值为 1 倍啮频处的 110.88 N,次大峰值为 2 倍啮频处的 67.66 N;内啮合接触力频域主要表现在 1、2、4、7、8 倍啮频,最大峰值为 1 倍啮频处的 66.73 N,次大峰值为 4 倍啮频处的 33.56 N。



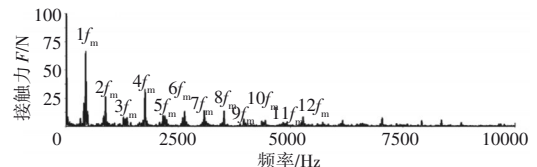
(a) 外啮合接触力



(b) 内啮合接触力



(c) 外啮合接触力频域



(d) 内啮合接触力频域

图 5 健康工况系统内、外啮合副接触力曲线

健康工况齿轮副接触力分布曲线如图 6 所示。

内、外啮合副接触力存在微小的差异,这是因为系统建模时存在不可避免的装配误差。根据轮系均载

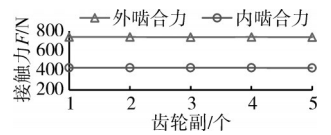


图 6 健康工况齿轮副接触力分布曲线

系数计算式(7)、(8)<sup>[18]</sup>,计算出内、外啮合的均载系数分别为 1.00189 和 1.00162。内啮合的均载系数比外啮合的均载系数小。均载系数是评价传动系统均载特性的重要指标,理想条件下均载系数为 1。仿真计算出的均载系数与 1 接近,说明系统均载特性良好。

$$\lambda_{in} = \frac{N \cdot (F_{in})_{\max}}{\sum_{i=1}^N (F_{in})_{\max}} \quad (7)$$

$$\lambda_{out} = \frac{N \cdot (F_{out})_{max}}{\sum_{i=1}^N (F_{out})_{max}} \quad (8)$$

式中： $\lambda_{in}$ 、 $\lambda_{out}$ 分别为内、外啮合副均载系数； $F_{in}$ 、 $F_{out}$ 分别为内、外啮合副在固定啮合周期内平均接触力； $N$ 为行星轮数目。

### 3 考虑安装误差工况的仿真及分析

#### 3.1 安装误差设置

模拟系统中太阳轮和齿圈存在不同程度安装误差,如图7所示。构件在软件中定义材料属性后,会在其质心位置生成MARKER点,齿轮为轴对称零件,齿轮质心处的MARKER点就为齿轮的几何中心。太阳轮和齿圈质心点MARKER坐标为(6.8813289644×10<sup>-10</sup>, 8.1621219873×10<sup>-10</sup>, -0.1145887403)、(-2.1328214137×10<sup>-10</sup>, -1.7749942603×10<sup>-9</sup>, -8.7618663734×10<sup>-2</sup>),单位为m。依次将太阳轮和齿圈的y坐标减小1、2、3、4、5、7.5、10 μm,每减小一定距离会产生1个全新坐标,用这些新坐标来代替原太阳轮和齿圈质心坐标,并在这些新质心坐标与大地之间添加转动副,模拟太阳轮、齿圈存在1~10 μm 7种不同安装误差的工况条件。

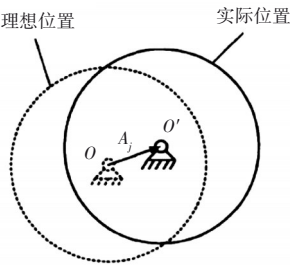


图7 太阳轮和齿圈的安装误差

#### 3.2 太阳轮存在安装误差工况的仿真分析

太阳轮存在不同程度安装误差时内、外啮合齿轮副接触力分别见表3、4。各齿轮副之间存在载荷分布

表3 太阳轮存在安装误差时内啮合齿轮副接触力

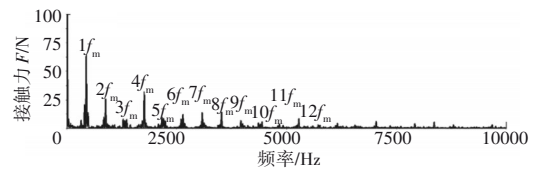
安装误差/μm	齿轮副接触力/N				
	齿轮副1	齿轮副2	齿轮副3	齿轮副4	齿轮副5
1	419.53	428.31	427.99	420.53	414.34
2	417.04	433.97	434.47	418.18	406.95
3	413.85	440.40	441.23	415.64	399.53
4	410.93	446.50	448.30	412.96	391.85
5	407.53	453.05	455.52	409.66	384.71
7.5	399.18	469.07	473.62	401.99	366.49
10	391.65	486.40	491.60	394.24	346.17

不均匀现象。随着安装误差的增大,各啮合副接触力均出现不同程度的变化。以第1对啮合副为例,在健康工况下,内、外啮合副接触力为422.45、739.36 N。

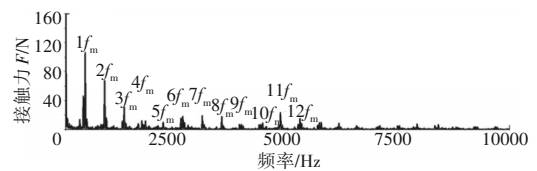
表4 太阳轮存在安装误差时外啮合齿轮副接触力

安装误差/μm	齿轮副接触力/N				
	齿轮副1	齿轮副2	齿轮副3	齿轮副4	齿轮副5
1	734.33	750.01	749.25	736.06	725.12
2	729.89	760.06	760.81	731.90	712.04
3	724.24	771.48	772.82	727.39	698.90
4	719.06	782.30	785.39	722.64	685.23
5	713.00	793.87	798.30	716.82	672.55
7.5	698.28	822.32	830.49	703.21	640.21
10	684.88	853.18	862.56	689.52	604.20

当太阳轮存在1 μm安装误差时,内、外啮合副接触力分别为419.53、734.33 N,时域值均有降低,频域如图8所示。各啮合副接触力频域特性与健康工况相近。



(a) 内啮合副接触力频域



(b) 外啮合副接触力频域

图8 太阳轮存在1 μm安装误差时第1对齿轮副接触力频域

太阳轮在不同安装误差工况下系统均载特性变化曲线如图9所示。从图中可见,随着安装误差程度加大,各啮合副均载系数随之增大。外啮合均载系数的变化程度比内啮合变化程度明显,原因在于:外啮合接触力变化程度比内啮合变化程度大。相比于内啮合副载荷分布不均现象,外啮合副载荷分布不均现象表现更为严重。随着安装误差的增大,系统载荷分布不均现象更明显。

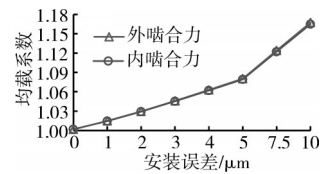


图9 太阳轮在不同安装误差工况下载系数变化曲线

#### 3.3 齿圈存在安装误差的工况仿真分析

齿圈存在不同程度安装误差时内、外啮合齿轮副接触力分别见表5、6。各啮合副之间存在载荷分布不均匀现象。随着安装误差的增大,各啮合副接触力均出现了不同程度的变化。以第1对啮合副为例,在健康工况下,内、外啮合副接触力分别为422.45 N和739.36 N。当齿圈存在1 μm安装误差时,内、外啮合

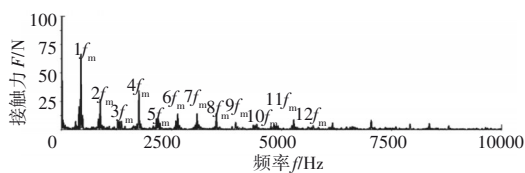
副接触力分别为 424.03 N 和 742.29 N,时域值均有增加,频域如图 10 所示,各啮合副接触力频域特性与健康工况相近。

表 5 齿圈存在安装误差时内啮合齿轮副接触力

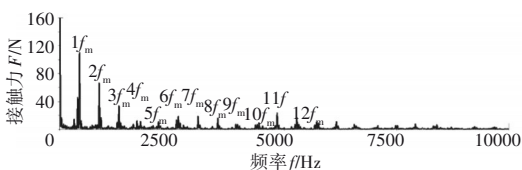
安装误差/ $\mu\text{m}$	齿轮副接触力/N				
	齿轮副 1	齿轮副 2	齿轮副 3	齿轮副 4	齿轮副 5
1	424.03	429.92	424.41	416.76	415.53
2	425.82	437.80	426.93	410.92	409.14
3	427.16	447.61	429.39	404.57	402.87
4	428.03	455.76	431.77	398.58	396.44
5	428.98	465.11	433.94	392.15	390.28
7.5	430.90	488.01	439.33	377.26	374.90
10	432.53	511.88	444.65	362.65	358.42

表 6 齿圈存在安装误差时外啮合齿轮副接触力

安装误差/ $\mu\text{m}$	齿轮副接触力/N				
	齿轮副 1	齿轮副 2	齿轮副 3	齿轮副 4	齿轮副 5
1	742.29	752.86	742.88	729.36	727.23
2	745.48	766.84	747.39	719.02	715.93
3	747.87	782.45	751.77	707.73	704.86
4	749.38	798.68	756.00	697.13	693.41
5	751.05	815.26	759.86	685.79	682.43
7.5	754.67	856.01	769.44	659.39	655.06
10	757.36	898.52	778.92	633.41	625.86



(a) 内啮合副接触力频域



(b) 外啮合副接触力频域

图 10 齿圈存在 1  $\mu\text{m}$  安装误差时第 1 对齿轮副接触力频域

齿圈存在不同安装误差时系统均载系数变化曲线如图 11 所示。从图中可见,随着安装误差的增大,各啮合副均载系数增大。外啮合均载系数的变化程度比内啮合变化程度明显,原因在于外啮合接触力变化程度比内啮合变化程度大。相比于内啮合副载荷分布不均现象,外啮合副载荷分布不均现象表

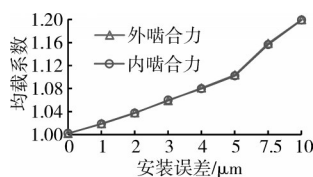


图 11 齿圈存在不同安装误差时均载系数变化曲线

现更为严重。随着安装误差的增大,系统载荷分布不均现象更明显。

#### 4 柔性支撑对安装误差影响的改善

当存在安装误差的系统均载特性发生变化时,载荷分布不均匀现象严重会导致各啮合副接触力不均,使磨损加剧产生故障,威胁运行安全。因此,保证系统稳定性和安全性尤为重要。本文通过尝试在模型中添加柔性支撑并调整支撑刚度,系统分析其对均载特性的影响规律。

在软件中通过轴套力来模拟柔性支撑,分别在太阳轮、行星轮及齿圈质心处添加轴套力模拟柔性支撑,柔性支撑添加位置如图 12 所示。分别对平移、旋转方向的参数进行设置,支撑刚度分别取为  $1.0 \times 10^7$ 、 $2.0 \times 10^7$ 、 $3.0 \times 10^7 \text{ N/m}$ ,阻尼系数取对应刚度的 1%,对太阳轮存在  $10 \mu\text{m}$  安装误差且添加柔性支撑的模型进行仿真。

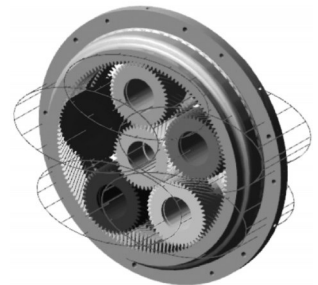


图 12 柔性支撑添加位置

柔性支撑对均载系数的影响曲线如图 13 所示。添加柔性支撑后内、外啮合副均载系数均有明显降低。当支撑刚度取为  $2.0 \times 10^7 \text{ N/m}$  时,内啮合均载系数最小,为 1.00952。当支撑刚度取为  $1.0 \times 10^7 \text{ N/m}$  时,外啮合均载系数最小,为 1.00960。表明添加柔性支撑并调整支撑刚度,可以改善太阳轮、齿圈因存在安装误差而造成的载荷分布不均问题。

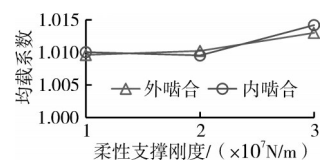


图 13 柔性支撑对均载系数的影响曲线

#### 5 结论

(1)对健康工况下 GTF 星型齿轮传动系统模型进行分析可知:内、外啮合副接触力分布均匀,呈周期性变化,时域与频域曲线具有明显的调制特征,内啮合副接触力比外啮合副接触力大,系统均载特性表现良好。当太阳轮与齿圈存在安装误差时,内、外啮合副接触力均存在变化,均载特性随着安装误差的增大而变差。当太阳轮存在  $10 \mu\text{m}$  安装误差时,内、外啮合副均载系数达到最大,分别为 1.16490 和 1.16741。当

齿圈存在  $10\ \mu\text{m}$  安装误差时,内、外啮合副均载系数达到最大,为 1.21291 和 1.21617。齿圈存在安装误差时对系统均载特性的影响程度比太阳轮存在安装误差时的更大。

(2)当系统存在安装误差并加入柔性支撑时,通过调整支撑刚度,使系统各啮合副的均载系数减小,改善了各啮合副载荷分配不均问题,降低了安装误差对系统均载特性的影响。

通过对含有安装误差的 GTF 星型齿轮传动系统均载特性进行研究,为改善 GTF 系统动力学特性和实现系统动态分析设计提供了研究思路。

#### 参考文献:

- [1] 冯金,覃坤,王丹.星型风扇驱动齿轮箱概念设计探讨[J].航空工程进展,2015,6(4):490-494.  
FENG Jin, QIN Kun, WANG Dan. Discussion on conceptual design of fan drive gear system with star gear [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2015, 6(4): 490-494. (in Chinese)
- [2] 莫帅,张以都,吴琼,等.GTF 发动机星形传动系统多分流均载机理研究[J].航空动力学报,2016,31(3):763-768.  
MO Shuai, ZHANG Yidu, WU Qiong, et al. Research on load sharing mechanism of star gear trains for GTF engine [J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(3): 763-768. (in Chinese)
- [3] Mo S, Zhang Y D, Wu Q. Research on multiple-split load sharing of two-stage star gearing system in consideration of displacement compatibility[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 88: 1-15.
- [4] Mo S, Zhang Y D, Wu Q, et al. Research on natural characteristics of double-helical star gearing system for GTF aero-engine[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 106: 166-189.
- [5] 巫世晶,彭则明,王晓笋,等.啮合误差对复合行星轮系动态均载特性的影响[J].机械工程学报,2015,51(3):29-36.  
WU Shijing, PENG Zeming, WANG Xiaosun, et al. Impact of mesh errors on dynamic load sharing characteristics of compound planetary gear sets[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(3): 29-36. (in Chinese)
- [6] 任菲.考虑制造误差的人字行星传动系统动力学特性及动态均载研究[D].重庆:重庆大学,2015.  
REN Fei. Study on dynamic characteristics and dynamic load sharing of a herringbone planetary gear with manufacturing errors[D]. Chongqing: Chongqing University, 2015. (in Chinese)
- [7] 任菲,秦大同,吴晓铃,等.考虑制造误差的人字行星传动均载特性[J].中南大学学报,2016,47(2):474-481.  
REN Fei, QIN Datong, WU Xiaoling, et al. Load sharing performances of herringbone planetary gears considering manufacturing errors [J]. Journal of Central South University, 2016, 47(2): 474-481. (in Chinese)
- [8] 叶福民,朱如鹏,靳广虎,等.考虑齿侧间隙的非等模数非等压力角行星齿轮系统的均载特性研究[J].振动与冲击,2015,34(11):206-211.  
YE Fumin, ZHU Rupeng, JIN Guanghu, et al. Load sharing characteristics of a planetary gear train system with non-equivalent modulus and pressure angle considering backlashes[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(11): 206-211. (in Chinese)
- [9] 孙宏.多级行星传动系统动力学特性分析[D].重庆:重庆大学,2013.  
SUN Hong. Dynamics characteristics analysis of multilevel planetary gear transmission system[D]. Chongqing: Chongqing University, 2013. (in Chinese)
- [10] 张延.高速重载人字齿轮行星传动系统均在特性机理研究[D].天津:天津工业大学,2020.  
ZHANG Yan. Study on load-sharing characteristics and mechanism of high-speed and heavy-duty herringbone gear planetary transmission system[D]. Tianjin: Tianjin Polytechnic University, 2020. (in Chinese)
- [11] 李志宾,王三民,李飞,等.误差对同轴六分支扭人字齿轮传动系统静均载性能影响[J].航空动力学报,2021,36(8):1765-1775.  
LI Zhibin, WANG Sanmin, LI Fei, et al. Influence of error on static load-sharing performance of coaxial six-branch twist herringbone gear transmission system[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(8): 1765-1775. (in Chinese)
- [12] 张鸿,郑海洋,李湘萍,等.GTF 发动机齿轮传动系统动力学仿真分析[J].机械设计与制造,2019(1):146-149.  
ZHANG Hong, ZHENG Haiyang, LI Xiangping, et al. Dynamic simulation of GTF gear transmission system[J]. Machinery Design and Manufacture, 2019(1): 146-149. (in Chinese)
- [13] 任菲,王得玺,时桂芹,等.含有偏心故障的双齿圈人字齿行星齿轮传动系统均载特性研究[J].河南理工大学学报(自然科学版),2022,41(2):102-110.  
REN Fei, WANG Dexi, SHI Guiqin, et al. Research on load sharing characteristics of double-ring herringbone planetary gear transmission system with eccentricity fault[J]. Journal of Henan Polytechnic University( Natural Science), 2022, 41(2): 102-110. (in Chinese)
- [14] 王子涵,冯辅周,丛华,等.行星齿轮传动系统刚柔耦合建模及故障特性仿真研究[J].机械传动,2021,45(3):46-51.  
WANG Zihan, FENG Fuzhou, CONG Hua, et al. Rigid-flexible coupling modeling and fault characteristic simulation research of planetary transmission system[J]. Mechanical Transmission, 2021, 45(3): 46-51. (in Chinese)
- [15] Mo S, Zhang T, Jin G G, et al. Analytical investigation on load sharing characteristics of herringbone planetary gear train with flexible support and floating sun gear[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 144(6): 103670.
- [16] Li X, Chen K K, Ma H, et al. Vibration characteristic analysis of spur gear systems under tooth crack or fracture[J]. Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 2021, 40(1): 135-153.
- [17] Ambaye G A, Lemu H G. Dynamic analysis of spur gear with backlash using ADAMS[J]. Materials Today: Proceedings, 2021, 38: 2959-2967.

(编辑:刘静)