

# 正态分布规律下尺寸链设计分析

邓敬亮, 刘才丽, 劳贤豪

(中国航发湖南动力机械研究所, 湖南株洲 412002)

**摘要:** 为了提供尺寸链评判的量化依据、优化尺寸链关联尺寸的设计、降低零件加工成本, 提出了一种新的基于正态分布规律的概率法尺寸链设计方法。通过概率法分析可知尺寸在设计公差范围内的分布规律服从正态分布, 推导出在尺寸链中封闭环也服从正态分布, 从而得出封闭环在设计要求区间内的概率值, 进而评判机械装配中的间隙、干涉等是否具有合理性。结果表明: 该尺寸链设计法可根据封闭环在设计要求区间的实际情况以概率值进行量化, 从而使尺寸链设计的评判更加具体化; 封闭环的区间概率值与尺寸链中的组成环可进行关联, 因而对组成环的各零件尺寸进行调整优化, 以提高封闭环的区间概率; 对封闭环区间概率过低的情况, 给出了在尺寸链中增加调整垫的设计方法和原则。

**关键词:** 尺寸链; 概率法; 正态分布; 机械设计; 封闭环; 组成环; 调整垫; 航空发动机

中图分类号: V235.12

文献标识码: A

doi: 10.13477/j.cnki.aeroengine.2024.01.023

## Design Analysis of Dimensional Chain Based on Normal Distribution Law

DENG Jing-liang, LIU Cai-li, LAO Xian-hao

(AECC Hunan Aviation Powerplant Research Institute, Hunan Zhuzhou 412002, China)

**Abstract:** In order to provide a quantitative basis for the dimensional chain assessment, optimize the design of the dimensional chain associated dimensions, and reduce the processing cost, a new probability dimensional chain design method was proposed based on the normal distribution law. Assuming that any size within the design tolerance is normally distributed, It can be known through the analysis of the probability method that the closing link in the dimensional chain is normally distributed, thereby the probability of the closing link within the required interval can be calculated, which can be used to assess whether the clearance or interference in mechanical assembly is reasonable or not. The results show that the dimensional chain design method can be quantified by the probability according to the actual situation of closing link in the required interval, thereby making the dimensional chain design assessment more specific; the probability of the closing link can be associated with the component links in the dimensional chain, then the sizes of the component links can be adjusted and optimized to improve the within-interval probability of the closing link. For cases where the within-interval probability of a closing link is too low, the design method and principle of adding adjusting pads in the dimensional chain are given.

**Key words:** dimensional chain; probability method; normal distribution; mechanical design; closing link; component link; adjusting pad; aeroengine

## 0 引言

在航空发动机设计、制造及装配<sup>[1-3]</sup>过程中, 尺寸链设计分析是不可或缺的基本技术。尺寸链<sup>[4]</sup>基本原理是在机械装配过程中逐渐形成发展的, 在产品设计、加工、装配及测试等各环节均产生重要作用。尺寸链设计方法包括极值法和概率法 2 种。极值法应用最广, 计算简单, 即直接将各组成环尺寸公差上下

限进行累加, 得出封闭环的公差范围。但当尺寸链长度增加或组成环数目增多时, 极值法得出的封闭环公差范围就很大, 为满足封闭环的设计要求, 则需要减小组成环的公差带宽, 从而提高对应零件尺寸精度的要求, 增加零件的加工成本。对概率法的研究相对较少, 认为尺寸链中的封闭环存在概率分布<sup>[5]</sup>, 概率值达到某一要求即可, 而不必为一些极小概率情况而付出巨大的加工成本。

收稿日期: 2022-08-29 基金项目: 航空动力基础研究项目资助

作者简介: 邓敬亮(1988), 男, 硕士, 工程师。

引用格式: 邓敬亮, 刘才丽, 劳贤豪. 正态分布规律下尺寸链设计分析[J]. 航空发动机, 2024, 50(1): 164-169. DENG Jingliang, LIU Caili, LAO Xianhao. Design analysis of dimensional chain based on normal distribution law[J]. Aeroengine, 2024, 50(1): 164-169.

尺寸链应用领域广泛,按应用场景分为设计尺寸链<sup>[6-7]</sup>、工艺尺寸链、装配尺寸链<sup>[8-9]</sup>等。国内外学者对其开展了广泛研究。尤其在装配领域,尺寸链分析是 1 个必要环节。费飞<sup>[10]</sup>基于极值法推导出在装配过程中的修配尺寸及其修配量的通用公式;朱志宏<sup>[11]</sup>利用拉格朗日乘数法则求解出装配中尺寸链组成环的公差,降低了装配成本;李健等<sup>[12-13]</sup>利用便于技术人员使用的软件程序进行了常规尺寸链分析;赵远强等<sup>[14]</sup>将复杂 2 维尺寸链问题分解为单个组成环问题,按约束方式与测量方式的组合进行分类,分析了组成环对封闭环的贡献度,得到了公差传递系数;同长虹等<sup>[15]</sup>指出当形位公差对尺寸链的封闭环产生影响时,需将形位公差作为组成环考虑进尺寸链进行计算分析;樊富友等<sup>[16]</sup>阐释了尺寸链设计中尺寸公差与形位公差的关系,介绍了形位公差在不同公差原则下的处理方法,指出了形位公差对尺寸链设计的影响;朱彬等<sup>[17]</sup>根据航空发动机装配结构特点,分析了多种公差设计方法在该领域的应用;丁岚等<sup>[18]</sup>提出一种根据零件变形贡献的公差分配方法,保证了航空发动机运转时处于效率最佳位置。

本文将正态分布引入尺寸链分析,推导出尺寸链中封闭环的分布规律,进而计算出封闭环的设计要求区间概率进行尺寸链设计。

## 1 数学模型建立

### 1.1 尺寸链组成

在机械加工或装配中,将相互连接的尺寸形成的封闭尺寸组称为尺寸链,如图 1 所示。尺寸链中的尺寸通常分为组成环和封闭环 2 类。封闭环是加工或装配中自然形成的终结尺寸链的环,通常为零件图纸中未标注的尺寸或装配中某间隙。组成环是具有实际意义或具体尺寸的其他环。组成环分为增环和减环,即与封闭环正相关的组成环为增环,与封闭环负相关的为减环。图 1 中, $X_1$ 、 $X_2$ 、 $X_3$  为装配中零件的具体尺寸,为尺寸链的组成环,其中  $X_1$ 、 $X_2$  为增环, $X_3$  为减环; $L_0$  为某间隙,为该尺寸链的封闭环。

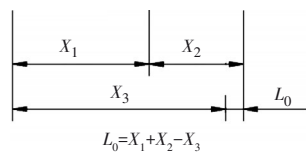


图 1 尺寸链

### 1.2 正态分布原理

若随机变量  $X$  服从正态分布,则记为  $X \sim N(\mu,$

$\sigma^2)$ ,其中  $\mu$  为变量  $X$  的数学期望(平均值); $\sigma^2$  为变量  $X$  的方差。正态分布的概率密度函数如图 2 所示。从图中可见,曲线呈中间高、两边低的形态,概论密度函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  区间与  $x$  轴围成的面积为 1。

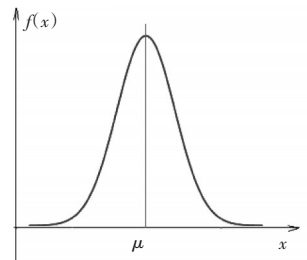


图 2 正态分布

正态分布具有可加性,若随机变量  $X$  与  $Y$  均服从正态分布, $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$ ,  $Y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$ ,且  $X$  与  $Y$  相互独立,则组合变量也服从正态分布, $aX+bY \sim N(a\mu_x+b\mu_y, a^2\sigma_x^2+b^2\sigma_y^2)$ 。

在实际生产生活中,变量  $X$  在  $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$  的概率为 99.73%,因此将区间  $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$  作为变量  $X$  的实际可取值区间,称为正态分布的“3 $\sigma$ ”原则。

### 1.3 尺寸链中封闭环 $L_0$ 分布规律

证明任意尺寸的上下公差均可换算成对称公差。为方便计算,后续所有尺寸公差均采用对称式公差表达。

$$L_i = M_i \pm D_i \quad (1)$$

式中: $M$  为尺寸名义值; $x$  为上差; $y$  为下差;等价换算成对称形的  $D_i$ 、 $d_i$  为

$$D_i = M + \frac{x+y}{2}, d_i = \frac{x-y}{2} \quad (2)$$

对任一设计尺寸,均将其作为 1 个变量,设计尺寸对应的某个实际尺寸即为该变量的 1 个具体样本,设计尺寸的实际尺寸则为该变量的样本空间。假设该变量服从正态分布,则设计尺寸的实际值就按正态分布规律分布。在发动机装配中,要求所有零件都是合格件才准许装机使用,其中任一尺寸的实际值均在设计范围内,比如某一尺寸  $L$  设计范围为  $(D-d, D+d)$ ,则  $L$  的实际值取值区间即为  $(D-d, D+d)$ ,而  $L$  满足正态分布,根据正态分布的“3 $\sigma$ ”原则, $L$  的分布区间为  $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ ,由此得出  $\mu$ 、 $\sigma$  与设计范围  $D$ 、 $d$  的对应关系。

因此,对任一尺寸  $L_i = D_i \pm d_i$ ,其分布规律为

$$L_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2) \quad (3)$$

$$\mu_i = D_i \quad (4)$$

$$\sigma_i = \frac{1}{3}d_i \quad (5)$$

对任一尺寸链,其封闭环与  $n$  个组成环的通用关

系式

$$L_0 = \sum_{i=1}^n (\zeta_i L_i) \quad (6)$$

式中： $L_0$ 为封闭环； $L_i (i \neq 0)$ 为组成环； $\zeta_i$ 为系数，对于发动机设计中绝大多数的尺寸链均为单倍线性尺寸链，因此 $\zeta_i = \pm 1$ 。

各组成环 $L_1, L_2, \dots$ 分别满足正态分布

$$L_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), L_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2), \dots$$

而尺寸链要求其各组成环 $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n$ 之间彼此相互独立，故由正态分布的可加性可知封闭环 $L_0$ 也满足正态分布

$$L_0 \sim N(\mu_0, \sigma_0^2) \quad (7)$$

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^n (\zeta_i \mu_i) \quad (8)$$

$$\sigma_0^2 = \sum_{i=1}^n (\zeta_i^2 \sigma_i^2) = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (9)$$

在发动机装配设计中，尺寸链分析是为了满足封闭环 $L_0$ 的设计要求，如压气机尺寸链中要求封闭环 $L_0$

在 $(a, b)$ 内，则分析 $L_0$ 分布

(如图3所示)在区间 $(a, b)$

的概率情况，概率大小即为图3中阴影面积。若封闭环的要求范围表达为对称公差形式 $L_0 = D_0 \pm d_0$ ，则

$a = D_0 - d_0, b = D_0 + d_0$ 。

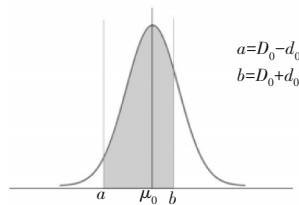


图3 封闭环 $L_0$ 的分布

从图中可见， $L_0$ 分布在区间 $(a, b)$ 的概率主要由分布曲线的位置及其“胖瘦”程度决定。为使概率 $P(a, b)$ 更大，应尽量使 $\mu_0$ 位于区间 $(a, b)$ 的中间位置， $\sigma_0$

越小则分布曲线越瘦。在极限情况下，当概率 $P(a, b)$ 达到正态分布的“ $3\sigma$ ”原则概率，即99.73%时，则说明封闭环 $L_0$ 满足设计要求，如图4所示，因此概率值为99.73%是评判封闭环 $L_0$ 的1个重要阈值。

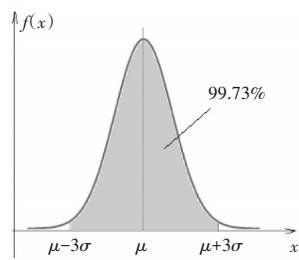


图4 99.73%的概率阈值

## 2 应用分析

尺寸链分析是对各零件在装配时是否存在干涉、间隙要求是否合理、轴承错移量能否满足要求等安全性、可行性的分析。因此，概率法尺寸链则基于求解封闭环 $L_0$ 的分布规律及其在区间要求内的概率值，评价各组成环的设计合理性，从而进行优化调整。

### 2.1 间隙检查案例分析

压气机叶片盘后端间隙 $\Delta$ 的尺寸链如图5所示。设计要求 $\Delta = 2.95 \sim 3.20$  mm，将间隙 $\Delta$ 作为封闭环，其余尺寸作为组成环进行设计分析。尺寸链为

$$L_0(\Delta) = L_4 - L_1 - L_2 - L_3 - L_5 \quad (10)$$

叶片盘后端间隙尺寸

链原始尺寸数据见表1。

根据式(1)~(9)对原始数据进行

处理，计算封闭环 $L_0$ 的分布及设计要求区间的

概率值，得到概率为

99.8858%，已超过“ $3\sigma$ ”原则概率(99.73%)，说明该设计

满足叶片盘后端间隙 $\Delta = 2.95 \sim 3.20$ 的要求。

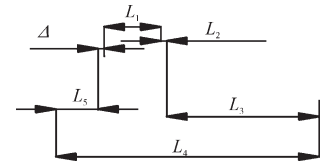


图5 叶片盘后端间隙尺寸链

表1 叶片盘后端间隙尺寸链原始尺寸

代号	原始尺寸	$L_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$	
		期望 $\mu_i$	标准差 $\sigma_i$
$L_1$	$28.3_{-0.1}^0$	28.25	0.01667
$L_2$	$3 \pm 0.05$	3	0.01667
$L_3$	$75.9 \pm 0.05$	75.90	0.01667
$L_4$	$131.2 \pm 0.05$	131.20	0.01667
$L_5$	$21_{-0.08}^0$	20.96	0.01333
$L_0(\Delta)$ 概率法	分布规律： $L_0 \sim N(\mu_0, \sigma_0^2), \mu_0 = 3.09, \sigma_0^2 = 0.001289$ 概率结果：区间概率 $P(2.95, 3.20) = 99.8858\%$		
$L_0(\Delta)$ 极值法	$\Delta = 2.85 \sim 3.33$		

将常规极值法尺寸链的分析结果与概率法分析

结果进行对比，发现极值法计算出的间隙 $\Delta$ 的范围为

$2.85 \sim 3.33$ ，已经超出设计要求的范围，故极值法认为

无法满足间隙 $\Delta$ 的设计要求，只能减小组成环的公差

或增加调整垫，若调整组成环公差(平均调到 $\pm 0.022$

的精度才能满足极值法要求)则会显著增加加工难度

和成本，若增加调整垫设计则会增加装配结构的繁杂

度。从概率视角分析，间隙 $\Delta$ 极值(2.85~3.33)出现在

2.95~3.20内的概率已达99.8858%，其余区间的可能

性不足0.2%，说明在实际装配中各组成环零件尺寸

公差相互抵消的概率很大，同时取极值的概率很小。

因此不必为了不足0.2%的概率去改变组成环的尺寸

精度或增加调整垫，只需在实际装配中关注各尺寸

的实际测量值。

从概率法结果可知， $L_0$ 的数学期望(平均值) $\mu_0 =$

3.09不是间隙 $\Delta$ 要求2.95~3.20的中间值3.075，因此

可对各组成环进行优化，且不改变各组成环公差范

围,即只对组成环名义值进行调整。比如可将 $L_2$ 由 $3\pm 0.05$ 调整为 $3.015\pm 0.05$ ,此时封闭环 $L_0$ 的数学期望(平均值)将变为 $\mu'_0=3.075$ ,而 $\sigma_0$ 不变,相当于 $L_0$ 的分布曲线进行了平移,如图6所示。从而区间概率提高至 $P'(2.95, 3.20)=99.9501\%$ 。

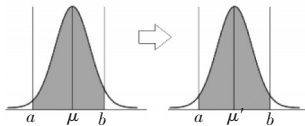


图6  $L_0$ 分布优化调整

总之,概率法尺寸链比极值法的更加具体,以概率对封闭环的设计区间进行量化,能为组成环的优化调整提供更加具体的方案。

### 2.2 调整垫设计案例分析

风扇叶片盘后端与整流器前端间隙尺寸链如图7所示,设计要求间隙 $\Delta=1.8\sim 2.0$  mm。以 $\Delta$ 为封闭环的尺寸链数据见表2。表达式为

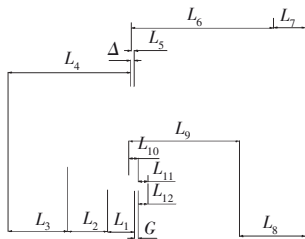


图7 风扇叶片盘后端与整流器前端间隙尺寸链

$$L_0(\Delta) = L_1 + L_2 + L_3 - L_4 + L_5 - L_6 - L_7 + L_8 + L_9 - L_{10} - L_{11} + L_{12}$$

表2 风扇盘后端间隙尺寸链数据(无调整垫)

代号	原始尺寸/mm	$L_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$	
		期望 $\mu_i$	标准差 $\sigma_i$
$L_1$	$16.8_{-0.1}^{+0.1}$	16.825	0.01667
$L_2$	$15.9\pm 0.1$	15.9	0.03333
$L_3$	$39\pm 0.1$	39	0.03333
$L_4$	$67.7_{-0.1}^0$	67.65	0.01667
$L_5$	$1.5_{-0.05}^{+0.05}$	1.525	0.01667
$L_6$	$55\pm 0.1$	55	0.03333
$L_7$	$41.2\pm 0.05$	41.2	0.01667
$L_8$	$36.5\pm 0.05$	36.5	0.01667
$L_9$	$61\pm 0.1$	61	0.03333
$L_{10}$	$5\pm 0.02$	5	0.006667
$L_{11}$	$5.5_{-0.06}^0$	5.47	0.01
$L_{12}$	$5.5_{-0.06}^0$	5.47	0.01

分布规律: $L_0 \sim N(\mu_0, \sigma_0^2)$ ,  $\mu_0=1.875$ ,  $\sigma_0^2=0.005869$   
 $L_0(\Delta)$  概率法 概率结果: 区间概率 $P(1.8, 2.1)=78.4816\%$   
 优化后概率 $P'(1.8, 2.1)=80.820\%$

对表2中原始数据进行计算处理可得,设计要求区间概率 $P(1.8, 2.0)=78.4816\%$ ,但仍有改进空间,可调整各组成环使得封闭环分布 $L_0$ 的数学期望(平均值) $\mu_0$ 取间隙 $\Delta$ 要求范围 $1.8\sim 2.0$ 的中间值 $1.9$ 。如将 $L_1$ 的 $16.8_{-0.1}^{+0.1}$ 调为 $16.825_{-0.1}^{+0.1}$ ,即可实现 $\mu_0=1.9$ ,由此算得

新的区间概率 $P'(1.8, 2.0)=80.820\%$ 。提高调整后区间概率,仍未满足正态分布的“ $3\sigma$ ”原则概率(99.73%),因此该装配设计仍需调整。若不改变尺寸链各组成环的公差等级,则需增加调整垫对结构设计进行调整。

带增环调整垫的尺寸链公式如下(减环调整垫原理相同,公式略有变化),其中 $G$ 为调整垫厚度。

$$L_0 = \sum_{i=1}^n (\zeta_i^2 L_i) + G \quad (11)$$

则 $L_0$ 的正态分布为

$$L_0 \sim N(\mu_0, \sigma_0^2) \quad (12)$$

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^n (\zeta_i^2 \mu_i) + G \quad (13)$$

$$\sigma_0^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (14)$$

从式(11)~(14)可知,带调整垫的封闭环 $L_0$ 分布相当于不带调整垫封闭环 $L_0$ 分布进行了平移。

封闭环的设计要求 $(a, b)$ 将 $L_0$ 分布曲线分割成3部分区域,分别定义为“失效区”、“恰适区”、“修磨区”,如图8所示。其中“失效区”表示调整垫过薄,已无法满足设计要求;“恰适区”表示调整垫不用修磨即可满足设计要求;“修磨区”表示调整垫过厚不能立即满足设计要求,但修磨后即能满足要求。各区域内曲线与横轴包围面积大小即为3种情况的概率大小。其中设计要求区间 $(a, b)$ 是因设计要求而固定的,因此3种情况的概率大小是与 $L_0$ 分布曲线的位置和“胖瘦”程度紧密相关。

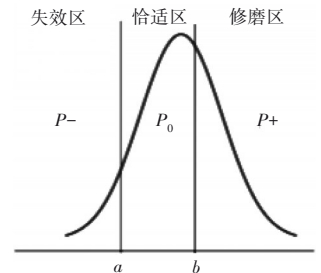


图8  $L_0$ 分布曲线分区

对调整垫的设计,通常以厚垫子保底,其厚度要求尽量厚但不能过厚,保证通过修磨厚垫子使装配能顺利进行,而薄垫子则兼顾了使用的方便性和修磨成本的考虑,因此调整垫至少设计成2组。

从概率分析,厚垫子的保底作用是要求采用厚垫子后 $L_0$ 分布的“失效区”概率接近0,如图9所示。根据正态分布的概率规律,当 $L_0$ 的 $(\mu_0 - 3\sigma_0)$ 越过设计要求的下限后,则“失效区”概率小于0.135%,属于“不可能发生事件”。也可采用“ $4\sigma$ ”原则,即当 $L_0$ 的 $(\mu_0 - 4\sigma_0)$ 越过设计要求的下限后,则“失效区”概率小于0.0032%。说明满足

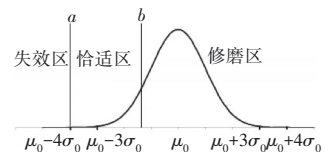


图9 厚垫子设计

此概率要求的厚垫子具有保底作用。因此可推导出厚垫子表达式为

$$G_h = a - \sum_{i=1}^n (\zeta_i \mu_i) + 4\sigma_0 \quad (15)$$

薄垫子的设计是为了选择的方便性及修磨的可用性。一般薄垫子会设计成多组,组数越多装配使用时选择就越方便,但加工及管理成本会增加。

若封闭环 $L_0$ 的区间概率 $P(a, b)$ 过小,则需设计多组薄垫子,但组数不超过3个。为充分发挥各组薄垫子的作用,应将不同组份薄垫子的“恰适区”概率 $P_0$ 对应的区间位置合理设置,使求和后总概率最大,尽量少重叠,多组调整垫叠加概率分布如图10所示。

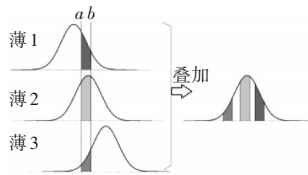


图10 多组调整垫叠加概率分布

因此,针对图7和表2

中的尺寸链,在增加调整垫设计后,对原各组成环的尺寸进行相应调整,见表3(调整了 $L_1$ 的名义值)。可设计调整垫为“1厚+2薄”。厚垫子为保底作用,按式(15)可得 $G_h=2.032$ ,厚垫子对应的失效概率为 $P_{\approx} \approx 0.0031\%$ ,该厚垫子具有保底作用,且可算出厚垫子对应的恰适概率 $P_0=8.1230\%$ 。2组薄垫子按“概率大、少叠加”原则计算可得 $G_{s1}=1.925$ , $G_{s2}=1.725$ 。2组薄垫子叠加概率分布如图11所示。从图中可见,叠加后概率覆盖整个 $(\mu_0-3\sigma_0, \mu_0+3\sigma_0)$ 区,即叠加概率为99.096%,在实际装配中2组薄垫子有1组满足封闭环区间要求的概率。风扇盘后端间隙尺寸链数据(有调整垫)见表3。

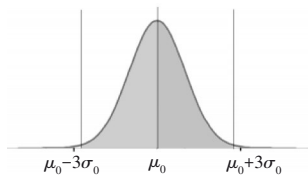


图11 2组薄垫子叠加概率分布

表3 风扇盘后端间隙尺寸链数据(有调整垫)

代号	原始尺寸/mm	$L_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$	
		期望 $\mu_i$	标准差 $\sigma_i$
$L_1$	$15^{+0.1}$	15.05	0.01667
$L_2$	$15.9 \pm 0.1$	15.9	0.03333
$L_3$	$39 \pm 0.1$	39	0.03333
$L_4$	$67.7_{-0.1}^0$	67.65	0.01667
$L_5$	$1.5_{-0.05}^{+0.05}$	1.525	0.01667
$L_6$	$55 \pm 0.1$	55	0.03333
$L_7$	$41.2 \pm 0.05$	41.2	0.01667
$L_8$	$36.5 \pm 0.05$	36.5	0.01667
$L_9$	$61 \pm 0.1$	61	0.03333
$L_{10}$	$5 \pm 0.02$	5	0.006667
$L_{11}$	$5.5_{-0.06}^0$	5.47	0.01
$L_{12}$	$5.5_{-0.06}^0$	5.47	0.01
$G$		“厚垫子”: $G_h=2.032$ ; “薄垫子”: $G_{s1}=1.925, G_{s2}=1.725$ .	

### 3 结论

(1)将正态分布规律与尺寸链设计相结合,通过计算得出封闭环要求区间的具体概率值,以概率为基础对组成环的各机械零件进行优化调整,将优化后的效果以概率值进行量化。

(2)以具体的概率值进行量化,可指导各组成环尺寸公差带宽调整,为优化尺寸精度设计、降低零件加工成本提供依据。

(3)对要求区间概率值过低而需设计调整垫的情况,尺寸链概率分析能给出具体的调整垫设计方法和原则。

#### 参考文献:

[1] 孙贵青,赵哲,季益铃,等.航空发动机结构设计中可装配性案例分析[J].航空发动机,2018,44(4):86-90.  
SUN Guiqing, ZHAO Zhe, JI Yiling, et al. Instance analysis of aeroengine structure design of assembly[J].Aeroengine, 2018, 44(4): 86-90.(in Chinese)

[2] United Technologies Corporation. Actuated variable geometry mid turbine frame design: United States, US 8113768B2 [P].2012-02-14.

[3] Wu Y H, Zhou Y S, Zhou Z Y, et al. An advanced CAD/CAE integration method for the generative design of face gears[J]. Advances in Engineering Software, 2018, 126:90-99.

[4] 王江波.尺寸链计算概述[J].科技资讯,2009,7(32):227-228.  
WANG Jiangbo. Summarize of the calculation for size chain[J]. Science and Technology Information, 2009, 7(32): 227-228.(in Chinese)

[5] 盛骤,谢式千,潘承毅.概率论与数理统计[M].5版.北京:高等教育出版社,2010:1-30.  
SHENG Zhou, XIE Shiqian, PAN Chengyi. Probability and Statistics[M]. 5th ed. Beijing: Higher Education Press, 2010: 1-30.(in Chinese)

[6] 郭崇善,王小红.角度尺寸链求解新方法—回旋法[J].农业装备与车辆工程,2009,36(7):29-30,48  
GUO Chongshan, WANG Xiaohong. New solving method of angle size chain—method of circle round[J]. Agricultural Equipment and Vehicle Engineering, 2009, 36(7): 29-30, 48.(in Chinese)

[7] 高新荣,郭满忠,李瑞春,等.几种典型尺寸链的计算[J].机械工程师,2011,43(11):120-122.  
GAO Xinrong, GUO Manzhong, LI Ruichun, et al. Some typical calculation methods for dimension chain[J]. Mechanical Engineer, 2011, 43(11): 120-122.(in Chinese)

[8] 曹伟,陈庆焦,熊丽萍.工艺尺寸链的应用实例[J].机电工程技术,2013,43(6):190-192.  
CAO Wei, CHEN Qingjiao, XIONG Liping. Process dimension chain application examples[J]. Mechanical and Electrical Engineering Technology, 2013, 43(6): 190-192.(in Chinese)

[9] 臧照良.装配时修配法尺寸链计算[J].机械制造与自动化,2009,38

- (4):51-53.
- ZANG Zhaoliang. Calculation of dimension chain when assembling with repair match means[J]. Machine Building and Automation, 2009, 38(4):51-53.(in Chinese)
- [10] 费飞. 基于极值法的修配法装配尺寸链解算公式分析[J]. 现代制造技术与装备, 2009, 45(5):7-9.
- FEI Fei. Analysis of the calculating assembly dimension chain with repatching method based on extreme value method[J]. Modern Manufacturing Technology and Equipment, 2009, 45(5):7-9. (in Chinese)
- [11] 朱志宏. 装配尺寸链公差优化确定[J]. 东莞理工学院学报, 2010, 17(5):96-98.
- ZHU Zhihong. The optimization of tolerance of assembly size chain[J]. Journal of Dongguan University of Technology, 2010, 17(5):96-98. (in Chinese)
- [12] 李健, 庞新维. 尺寸链通用计算程序的开发与应用[J]. 广西工学院学报, 2008, 19(1):38-41.
- LI Jian, PANG Xinwei. Development and application of the general calculating program of dimension chain[J]. Journal of Guangxi University of Technology, 2008, 19(1):38-41.(in Chinese)
- [13] 王立新. CAD在装配尺寸链分析中的应用[J]. 智能制造, 2013, 20(6):100-101.
- WANG Lixin. Application of CAD in analysis of assembly dimension chain[J]. Intelligent Manufacturing, 2013, 20(6):100-101. (in Chinese)
- [14] 赵远强, 李巧玲, 冉启洪, 等. 平面尺寸链中单一组成环分析计算方法[J]. 机械工程师, 2014, 46(12):281-282.
- ZHAO Yuanqiang, LI Qiaoling, RAN Qihong, et al. Planar dimension chain calculation of single component[J]. Mechanical Engineer, 2014, 46(12):281-282.(in Chinese)
- [15] 同长虹, 黄建龙, 董世芳. 在尺寸链计算中如何考虑形位公差—公差原则在尺寸链计算中的应用[J]. 现代制造工程, 2008, 31(1):89-91.
- TONG Changhong, HUANG Jianlong, DONG Shifang. How considering geometrical tolerancing in calculation of dimension chain—application of tolerance principles in calculation of dimension chain [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2008, 31(1):89-91. (in Chinese)
- [16] 樊富友, 于娟, 陈明, 等. 基于形位公差的公差原则在尺寸链中的应用[J]. 机械研究与应用, 2013, 16(5):49-51.
- FAN Fuyou, YU Juan, CHEN Ming, et al. Application of geometric tolerance-based tolerance principle in dimension chain[J]. Mechanical Research and Application, 2013, 16(5):49-51.(in Chinese)
- [17] 朱彬, 于乃江, 孟祥海, 等. 航空发动机装配尺寸链公差设计方法研究[J]. 测试技术学报, 2015, 30(2):177-184.
- ZHU Bin, YU Naijiang, MENG Xianghai, et al. Study on the tolerance analysis of aircraft engine assembly dimension chain[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2015, 30(2):177-184.(in Chinese)
- [18] 丁岚, 陈志应. 装配尺寸公差分配方法研究[J]. 航空发动机, 2015, 41(5):72-76.
- DING Lan, CHEN Zhiying. Research on dimension tolerance allocation in assembly[J]. Aeroengine, 2015, 41(5):72-76.(in Chinese)

(编辑: 贺红井)