

基于强度退化的齿轮可靠性计算模型研究及应用

屈衍静¹, 杨深然², 史妍妍¹, 刘海年¹

(1. 中国航发沈阳发动机研究所, 沈阳 110015; 2. 东北煤田地质局一二八勘探队, 沈阳 110122)

摘要: 为了研究强度退化对齿轮可靠性的影响, 针对一般工作环境下具有多种失效模式的齿轮, 通过引入条件概率, 考虑零件失效相关性和材料性能退化因素, 利用动态应力-强度干涉模型建立基于强度退化的齿轮可靠性的计算模型。以某型齿轮可靠度计算为例, 其计算结果表明: 在考虑材料强度退化时, 齿轮的可靠度随工作时间的增加不断降低, 验证了该计算模型的准确性。

关键词: 齿轮; 失效模式; 应力-强度干涉模型; 强度退化; 可靠性; 航空发动机

中图分类号: V233.1+2

文献标识码: A

doi: 10.13477/j.cnki.aeroengine.2017.05.007

Research and Application on Reliability Calculation Model of a Gear Based on Strength Reduction

QU Yan-jing¹, YANG Shen-rang², SHI Yan-yan¹, LIU Hai-nian¹

(1. AECC Shenyang Engine Research Institution, Shenyang 110015, China;

2. No.128 Exploration Team, Northeast China Bureau of Coal Geological Exploration, Shenyang 110122, China)

Abstract: In order to study the influence of strength reduction on the reliability of gears, a gear with variety of failure modes in conventional environment was introduced through the conditional probability, considering the part failure correlation and material performance degradation factors. A reliability calculation model of gear was developed using the dynamic stress-strength interference model. Taking the reliability calculation of a gear as an example, the calculation results show that the reliability of gear is decreased gradually with the extension of working time, and the accuracy of the model is verified.

Key words: gear; failure mode; stress-strength interference model; strength reduction; reliability; aeroengine

0 引言

随着科学技术的发展, 人们对可靠性的要求越来越高, 可靠性设计已经贯穿于产品研制全寿命周期的各个环节。因此, 如何正确的评价产品的可靠性对提高产品质量, 保证产品安全至关重要。

应力-强度干涉模型是进行产品可靠性分析的重要模型^[1], 传统的应力-强度干涉模型认为产品的强度是 1 个静态的随机变量, 其分布决定于材料的初始强度, 不随时间发生变化。而实际上, 由于腐蚀、老化等环境因素的影响, 很多产品的强度会随着工作时间的增加逐步退化。产品强度退化过程是 1 个连续状态随机过程, 是由产品的自身特性以及环境的作用导致的。因此基于强度退化的应力-强度干涉模型更符

合工程实际意义。

齿轮作为传动系统的重要零件, 建立合理的齿轮可靠性计算模型对评价齿轮传动系统的可靠性、提高系统可用性具有重要作用。齿轮的主要失效模式为接触疲劳破坏和弯曲疲劳破坏^[2-4]。因此, 传统的齿轮可靠性计算模型主要针对齿面接触疲劳破坏和齿根弯曲疲劳破坏失效模式进行。本文针对一般工作环境下具有多种失效模式的齿轮, 通过引入条件概率, 考虑失效模式之间的相关性, 利用动态应力-强度干涉模型建立基于材料强度退化的齿轮可靠性的计算模型, 并给出计算实例。

1 不同失效模式的齿轮可靠性计算

在齿轮的可靠性模型建立过程中, 齿轮在工作过

收稿日期: 2017-03-30 基金项目: 航空动力基础科研项目资助

作者简介: 屈衍静(1989), 男, 硕士, 工程师, 主要从事航空发动机传动润滑系统设计工作; E-mail: quyanjing6@163.com。

引用格式: 屈衍静, 杨深然, 史妍妍, 等. 基于强度退化的齿轮可靠性计算模型研究及应用[J]. 航空发动机, 2017, 43(5): 35-38. QU Yanjing, YANG Shenrang, SHI Yanyan, et al. Research and applicaiton on reliability calculation model of a gear based on strength reduction[J]. Aeroengine, 2017, 43(5): 35-38.

程中存在多种不同失效模式,任何 1 种失效模式都将导致齿轮的失效。因此,多种失效模式下的齿轮可靠性模型可等效为不同失效模式所组成的串联系统的可靠性^[9],如图 1 所示。

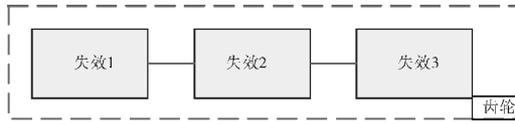


图 1 齿轮不同失效模式的可靠性等效模型

当外界工作载荷为定值 s 时,齿轮的不同失效模式认为相互独立^[6-11]。齿轮可靠性的计算模型可等效为在失效独立条件下的串联系统可靠性计算模型(即所有可能失效模式都不出现的概率),可靠度 R_s 可表示为

$$R_s = P(S_1 > s_1 \cap S_2 > s_2 \cap \dots \cap S_m > s_m | s) = P(S_1 > s_1(s))P(S_2 > s_2(s)) \dots P(S_m > s_m(s)) \quad (1)$$

式(1)表示工作载荷为定值 s 条件下齿轮的可靠度。当工作载荷服从概率密度函数为 $f_s(s)$ 的随机变量,由全概率公式和应力-强度干涉理论可知齿轮的可靠度 R 为

$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} P(S_1 > s_1 \cap S_2 > s_2 \cap \dots \cap S_m > s_m | s) f(s) ds = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s) \left[\int_{1(s)}^{+\infty} f_{s_1}(S_1) dS_1 \int_{2(s)}^{+\infty} f_{s_2}(S_2) dS_2 \dots \int_{m(s)}^{+\infty} f_{s_m}(S_m) dS_m \right] ds = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s) \left(\prod_{i=1}^m \int_{i(F)}^{+\infty} f_{s_i}(S_i) dS_i \right) ds \quad (2)$$

式中: S_i 为齿轮失效模式 i 中的强度, $i=1, 2, \dots, m$; $f(S_i)$ 为齿轮失效模式 i 的概率密度函数; $S_i(s)$ 为失效模式 i 中由载荷 s 所产生的应力, $i=1, 2, \dots, m$, m 为失效模式数。

然而,式(2)并不能反映强度退化对齿轮可靠度的影响。运用该式计算得到的可靠度实际上是不考虑强度退化的齿轮可靠度,并不能计算基于齿轮强度退化时的可靠性,因此,该式不能很好地反映齿轮的可靠度随强度退化的变化规律。

2 考虑强度退化的齿轮可靠性计算

齿轮在工作期间由于腐蚀、老化等环境因素的作用,使得材料的强度会随着工作时间的增加逐渐发生强度退化的现象。在齿轮的可靠性计算模型建立中,应当同时考虑载荷的随机性和强度退化对可靠性的

影响。研究建立不同失效模式下基于材料强度退化的齿轮可靠性计算模型。

因为强度退化规律只和材料本身的性质有关,假设相同材料的齿轮的强度退化规律是一致的。并假设零件在任意时刻的强度 $S(t)$ 均取决于其初始强度 S_0 和时间 t 的函数,即为 $S(t) = S_0 g(t)$,其中 (t) 为材料的强度退化规律,查阅文献[12]可以发现,材料由于环境作用而造成的强度退化一般服从指数规律和幂函数规律, $g(t)$ 也可由试验确定。

设随机载荷的累积分布函数和概率密度函数分别为 $F_s(s)$ 、 $f_s(s)$,齿轮的初始强度分布 $S_0 \sim N(\mu, \sigma)$,则由概率论^[13]可得到基于强度退化的齿轮强度分布为 $S(t) = S_0 g(t) \sim N(\mu g(t), \sigma g(t))$,设齿轮强度退化的概率密度函数为 $f(S, t)$,则根据式(2)可以得到考虑强度退化的齿轮可靠性计算模型为

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(S_1 > s_1 \cap S_2 > s_2 \cap \dots \cap S_m > s_m | s) f(s) ds = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s) \left[\int_{1(s)}^{+\infty} f_{s_1}(S_1, t) dS_1 \int_{2(s)}^{+\infty} f_{s_2}(S_2, t) dS_2 \dots \int_{m(s)}^{+\infty} f_{s_m}(S_m, t) dS_m \right] ds = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s) \left(\prod_{i=1}^m \int_{i(s)}^{+\infty} f_{s_i}(S_i, t) dS_i \right) ds \quad (3)$$

当 $t=0$ 时,就是强度不退化时,不同失效模式齿轮的可靠性计算模型,同式(2)。

式(3)反映了强度退化对齿轮可靠性的影响。对于相同材料制成的齿轮在同一强度退化规律下,随着工作时间的变化,有不同的齿轮强度分布函数和概率密度函数,进而可得到随着工作时间变化强度退化的齿轮可靠度。

3 计算实例

某系统的齿轮传递功率为 $P=28 \pm 5$ kW; 齿轮转速 $n_1=970$ r/min; 齿数 $z_1=25$; 模数 $m=3$ mm; 齿宽 $b=35$ mm; 齿数比 $u=3$; 齿轮的选用材料为 40Cr 钢,表面硬度为 $H_B=400 \pm 15$ MPa; 表面粗糙度为 $R_z=3.2 \mu m$ ^[14],此计算实例针对齿面接触疲劳破坏、齿根弯曲疲劳破坏的 2 种齿轮失效模式进行齿轮的可靠度计算。

为减少计算的工作量,假设齿轮的强度退化规律服从 $S(t) = S_0 e^{-0.0002t}$,其他随机变量均服从正态分布,计算过程如下:

(1) 齿轮的转矩 T 的均值和标准差计算

$$\mu_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{\mu_p}{n_1} = 9.55 \times 10^6 \times \frac{28}{970} = 275670 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{\Delta p}{3n_1} = 9.55 \times 10^6 \times \frac{5}{3 \times 970} = 16409 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

齿轮的传递功率 P 标准差的计算可按 3σ 原则简化, 即 3σ_P=ΔP。

(2) 齿面接触应力 S_H 计算

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}}} = 189.8 \text{ MPa}$$

$$S_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{2KT}{bd_1^2} \frac{\mu+1}{\mu}} = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{2KT}{bd_1^2} \frac{\mu+1}{\mu}} = 1.78591 \sqrt{T} \text{ MPa}$$

其中: E₁=E₂=2.06 × 10⁵ MPa, v₁=v₂=0.3 m/s, d₁=75 mm, Z_H=2.5, Z_ε=0.875, μ=3K=K_AK_VK_βK_α=1.366, K_A=1, K_V=1.09, K_β=1.232, K_α=1.017。

(3) 齿根弯曲应力 S_F 计算

$$S_F = \frac{2KT}{bd_1 m} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon = 0.001492T \text{ MPa}, Y_{Fa}=2.64, Y_{Sa}=1.63, Y_\epsilon=1。$$

(4) 初始时刻齿面接触疲劳强度 δ_{0H} 的均值和标准差计算

$$\mu_{\delta_{0H}} = 2.76\bar{H}_B - 68.95 = 1035.05 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\delta_{0H}} = 0.14\bar{H}_B = 56 \text{ MPa}$$

则 t 时刻齿面接触疲劳强度的分布为

$$\delta_H(t) \sim N_{\delta_{0H}} g(t) = N_{\delta_{0H}} (1035.05, 56) g(t) = N(1035.05e^{-0.0002t}, 56e^{-0.0002t}) \quad (6)$$

(5) 初始时刻齿根弯曲疲劳强度 δ_{0F} 的均值和标准差计算

$$N(\mu_{\delta_{0F}}, \sigma_{\delta_{0F}}) = N(0.498, 0.051) N(\mu_{\delta_b}, \sigma_{\delta_b})$$

式中: N(μ_{δ_b}, σ_{δ_b}) = N(3.41, 0.14) \bar{H}_B 。

将已知数值代入上式可得

$$\mu_{\delta_{0F}} = 0.498 \times 3.14 \times 400 = 679.272 \text{ MPa}, \sigma_{\delta_{0F}} = 84.517 \text{ MPa}。$$

则 t 时刻下齿根弯曲疲劳强度的分布为

$$\delta_F(t) \sim N_{\delta_{0F}} g(t) = N_{\delta_{0F}} (679.272, 84.517) g(t) = N(679.272e^{-0.0002t}, 84.517e^{-0.0002t}) \quad (7)$$

(6) 齿轮可靠度 R 计算

将上述所求的值和式(5~7)代入式(3), 即可求得考虑强度退化时的齿轮可靠度为

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\delta_H(t) > s_H \cap \delta_F(t) > S_F | T) f(T) dT = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{S_H(T)}^{+\infty} f_{\delta_H}(\delta_H, t) dS_H \int_{S_F(T)}^{+\infty} f_{\delta_F}(\delta_F, t) d\delta_F f(T) dT = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{1.78591\sqrt{T}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\delta_H} e^{-0.0003t}} e^{-\frac{(\delta_H - \mu_{\delta_H} e^{-0.0003t})^2}{[2(\sigma_{\delta_H} e^{-0.0003t})]^2}} d\delta_H \cdot \int_{0.0014929T}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\delta_F} e^{-0.0003t}} e^{-\frac{(\delta_F - \mu_{\delta_F} e^{-0.0003t})^2}{[2(\sigma_{\delta_F} e^{-0.0003t})]^2}} d\delta_F \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_T} e^{-\frac{(T - \mu_T)^2}{(2\sigma_T)^2}} dT$$

如果不考虑强度退化(即 t=0)时, 齿轮的可靠度 R(0)=0.9401, 同文献[5]的结果。

将上述所求的结果代入式(6)即可求得考虑强度退化的齿轮在齿根接触疲劳破坏和齿根弯曲疲劳破坏, 2 种失效模式下可靠度随时间的变化规律如图 2 所示。

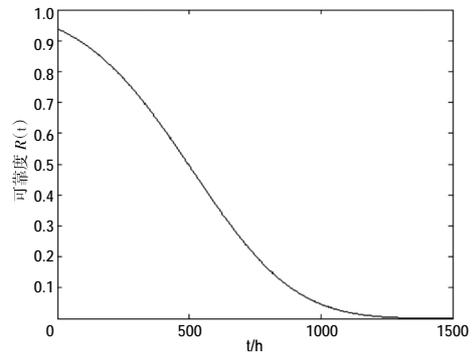


图 2 齿轮可靠度随时间的变化规律

从图中可见, 在考虑由于环境因素导致齿轮材料强度退化的条件下, 齿轮的可靠度随着工作时间的增加不断降低。

4 结论

研究了齿轮材料强度退化对可靠性影响的变化规律, 通过引入条件概率, 利用动态应力—强度干涉模型建立了基于强度退化的齿轮可靠性的计算模型。计算结果表明: 在考虑齿轮材料强度退化时, 齿轮的可靠度随工作时间的增加不断降低, 验证了计算模型的准确性。

参考文献:

[1] 赵建印, 孙权, 周经伦. 周期性随机应力强度退化下的 SSI 可靠性模

- 型研究[J].应用科学学报,2006,24(5): 529-532.
- ZHAO Jianyin, SUN Quan, ZHOU Jinglun. Stress-strength interference reliability analysis considering cyclic stochastic stress and strength aging degradation [J]. Journal of Applied Sciences. 2006,24 (5): 529-532. (in Chinese)
- [2] 王正. 零部件与系统动态可靠性建模理论与方法 [D]. 东北大学, 2007.
- WANG Zheng. Theory and method for time-dependent reliability models of components and systems [D]. Northeastern University,2007.(in Chinese)
- [3] 王正, 谢里阳, 李兵. 考虑载荷作用次数的失效相关系统可靠性模型[J]. 东北大学学报(自然科学版),2007,28(5):704-707.
- WANG Zheng, XIE Liyang, LI Bing. Reliability model of failure-dependent system with frequency of loading taken into account[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2007,28 (5): 704-707. (in Chinese)
- [4] 谢里阳, 姜永军. 齿轮失效概率分析的串联系统相关失效模型[J]. 失效分析与预防,2006,1 (1): 25-27.
- XIE Liyang, JIANG Yongjun. Series system dependent failure model for gear failure probability analysis[J]. Failure Analysis and Prevention, 2006,1 (1): 25-27.(in Chinese)
- [5] 王正, 谢里阳, 李兵. 考虑共因失效的机械零部件可靠性模型[J]. 机械设计,2007,24(1): 4-5.
- WANG Zheng, XIE Liyang, LI Bing. Reliability model of mechanical components considering the common cause failure [J]. Mechanical Design,2007,24(1): 4-5. (in Chinese)
- [6] Levitin G. Incorporating common-cause failures into no repairable multi-state series-parallel system analysis [J]. IEEE Transaction on Reliability,2001,50 (4) : 380-388 .
- [7] 孙淑霞.基于三参数威布尔分布的齿轮可靠性设计研究[D].东北大学,2011.
- SUN Shuxia. Study on gears reliability design based on Weibull distribution[D]. Northeastern University, 2011,48-54.(in Chinese)
- [8] LI Jianping , Thompson G A . Method to take account of inhomogeneity in mechanical component reliability calculations[J].IEEE Transaction on Reliability , 2005, 54 (1) :159-168.
- [9] 岳玉梅,王正,谢里阳. 考虑载荷作用次数的齿轮可靠度计算模型[J].东北大学学报.2008,29(12):1754-1756.
- YUE Yumei,WANG Zheng, XIE Liyang. Reliability calculation model of a gear considering frequency of random loading actions [J. Journal of Northeastern University, 2008,29(12):1754-1756. (in Chinese)
- [10] Srinivas V, Ramanjaneyulu K. An integrated approach for optimum design of bridge decks using genetic algorithms and artificial neural networks[J].Advances in Engineering Software,2007,38(7):475-487.
- [11] 王明清,陈作越.齿轮传动多模式失效的时变可靠性分析[J]. 机械传动,2011,35(4),50-53.
- WANG Mingqing, CHEN Zuoyue. Analysis of time variant reliability for gear with multi-failure mode [J]. Journal of Mechanical Transmission,2011,35(4),50-53. (in Chinese)
- [12] Amari SV, Misra K B, Pham H . Reliability analysis of tampered failure rate load-sharing k-out-of-n:G systems [C]// The 12th Issat International Conference on Reliability and Quality in Design, Los Angeles,California,U.S.A:2006:30-35.
- [13] 孙荣恒.应用数理统计[M].北京:科学出版社,2004:38-45.
- SUN Rongheng. Application of mathematical statistics [M]. Beijing: Science Press, 2004:38-45. (in Chinese)
- [14] 吴波,黎明发.机械零件与系统可靠性模型[M].北京:化学工业出版社,2002:217-219.
- WU Bo,LI Mingfa. Reliability model of mechanical component and system[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2002. (in Chinese)

(编辑:张宝玲)