

# 风扇叶片飞失显式动力学仿真网格与时间步长研究

徐雪<sup>1</sup>, 李宏新<sup>2,3</sup>, 冯国全<sup>1,3</sup>

(1. 中国航发沈阳发动机研究所, 沈阳 110015; 2. 中国航空发动机集团有限公司, 北京 100097;

3. 辽宁省航空发动机冲击力学重点实验室, 沈阳 110015)

**摘要:** 为了研究大涵道比涡扇发动机风扇叶片飞失仿真中网格尺度与时间步长对于瞬态显式动力学分析结果的影响, 采用有限元法中单元计算理论分析的方法分析了网格尺度和时间步长在计算稳定性方面的理论联系。采用多因素试验设计方法组织了针对叶片应力分布、转子轴心轨迹和支点外传振动应力 3 个风扇叶片飞失的典型输出参数的网格尺度和时间步长的影响研究方案, 开展了典型物理过程、模型简化和数值计算无关性研究。针对时间步长为  $7 \times 10^{-7}$ 、 $5 \times 10^{-7}$ 、 $3 \times 10^{-7}$  和  $2 \times 10^{-7}$  s, 网格尺度为 40、30、20 和 15 mm 的计算结果进行分析, 结果表明: 对于给定物理过程和目标时长, 存在着网格尺度和时间步长的阈值, 如:  $2 \times 10^{-7}$  s 时间步长和 30 mm 网格尺度, 超过该值进一步细化网格和减小时间步长对于精度提升不明显; 显式动力学的计算原理决定了目标时间越长偏差累计越大, 所需的网格精度就越高; 碰摩过程对于风扇叶片飞失仿真的应力和外传振动偏差影响较大。

**关键词:** 叶片飞失; 显式动力学; 瞬态动力学; 网格尺度; 时间步长; 航空发动机

**中图分类号:** V231.95

**文献标识码:** A

**doi:** 10.13477/j.cnki.aeroengine.2021.05.003

## Study on Mesh and Time Step of Explicit Dynamic Simulation for Fan Blade Out

XU Xue<sup>1</sup>, LI Hong-xin<sup>1,2</sup>, FENG Guo-quan<sup>1,2</sup>

(1. AECC Shenyang Engine Research Institute, Shenyang 110015, China; 2. Aero Engine Corporation of China, Beijing 100097, China;

3. Key Laboratory of Impact Dynamics on Aero Engine, Shenyang 110015, China)

**Abstract:** In order to study the influence of mesh scale and time step on the results of transient explicit dynamic analysis for the fan blade out simulation of high bypass ratio turbofan engine, the theoretical relationship between mesh scale and time step in computational stability was analyzed by using the method of element calculation theoretical analysis in finite element method. The multiple parameters test design method was used to organize the research scheme on the influence of mesh scale and time step of three typical output parameters of fan blade out, including blade stress distribution, rotor axis trajectory and transmitted vibration stress outside the fulcrum. The research on the independence of typical physical process, model simplification and numerical calculation was carried out. The calculation results with time step of  $7 \times 10^{-7}$ 、 $5 \times 10^{-7}$ 、 $3 \times 10^{-7}$  and  $2 \times 10^{-7}$  s and mesh scale of 40、30、20、15 mm were analyzed. The results show that for a given physical process and target time, there are threshold values of mesh scale and time step, such as  $2 \times 10^{-7}$  s time step and 30 mm mesh scale. Beyond this value, further refining the mesh and reducing the time step are not obvious for the improvement of accuracy. The calculation principle of explicit dynamics determines that the longer the target time is, the greater the deviation accumulation is, and the higher the mesh accuracy is required. The impact and wear process has a great influence on the stress response and vibration transmission of fan blade out simulation.

**Key words:** fan blade out; explicit dynamic; transient dynamic; mesh size; time step; aeroengine

## 0 引言

风扇叶片飞失(Fan Blade Out, FBO)后发动机动力学行为及其影响的设计技术是民用航空发动机安全性领域最关键的技术壁垒之一, 是各适航体系都要

求的重要试验<sup>[1-3]</sup>。近年来, 随着显式动力学计算软件逐步成熟, 凭借其对撞击、碰摩和断裂等典型高度瞬态、高度非线性物理过程的有效模拟, 成为 FBO 设计和仿真工作的重要方法<sup>[4]</sup>。

在该领域, Nicolas 等<sup>[5]</sup>开展了 FBO 过程仿真与整

收稿日期: 2019-08-20 基金项目: 航空动力基础研究项目资助

作者简介: 徐雪(1980), 男, 硕士, 自然科学研究员, 主要从事航空发动机总体结构设计工作; E-mail: xuxue\_nwpu@hotmail.com。

引用格式: 徐雪, 李宏新, 冯国全. 风扇叶片飞失显式动力学仿真网格与时间步长研究[J]. 航空发动机, 2021, 47(5): 12-18. XU Xue, LI Hongxin, FENG Guoquan. Study on mesh and time step of explicit dynamic simulation for fan blade out[J]. Aeroengine, 2021, 47(5): 12-18.

机试验测试结果的对比分析,提出风扇转子和静子的模型简化方法;Robin<sup>[6]</sup>进行了整机FBO仿真分析中风扇转子叶尖严重碰摩的瞬态动力学行为计算,描述了叶尖碰摩的微观物理过程;Sinha<sup>[7-8]</sup>系统地发展了考虑碰摩的转子动力学行为计算理论,并给出了典型算例的仿真分析结果以及与整机试验数据的对比;马辉等<sup>[9]</sup>开展了旋转叶片-机匣系统碰摩动力学研究,提出转子盘、叶片和机匣碰摩系统的动力学简化分析方法;刘璐璐等<sup>[10]</sup>开展了缩比的FBO整机模拟试验与仿真研究,获得安装结构的外传振动特点。由于显式动力学的算法特点,其网格尺度和时间步长设置在分析中具有关键作用,不仅影响计算精度和资源的需求,还直接影响计算的收敛性和物理过程时序,因此网格无关性和时间步长无关性研究对于瞬态显式动力学分析结果具有决定性影响,但是在以往的研究中对于这方面的分析较少。

本文基于商用有限元显式动力学计算软件,开展了FBO过程中风扇叶片的网格与时间步长无关性研究。

## 1 显式动力学网格与时间步长的理论关系

### 1.1 计算方法和主要影响因素

显式动力学分析的基本动力学方程<sup>[11]</sup>为

$$[M]_{(t)} \{\ddot{u}\}_{(t)} + [C + C_T + G]_{(t)} \{\dot{u}\}_{(t)} + [K + K_T]_{(t)} \{u\}_{(t)} = \{F + F_T\}_{(t)} \quad (1)$$

Newmark算法时域积分每个时间步方程<sup>[12]</sup>为

$$\{\dot{u}\}_{(t+\Delta t)} = \{\dot{u}\}_{(t)} + \left[ (1-\beta)\{\ddot{u}\}_t + \beta\{\ddot{u}\}_{(t+\Delta t)} \right] \Delta t \quad (2)$$

$$\{u\}_{(t+\Delta t)} = \{u\}_{(t)} + \{\dot{u}\}_{(t)} \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \gamma \right) \{\ddot{u}\}_t + \gamma \{\ddot{u}\}_{(t+\Delta t)} \right] \Delta t^2 \quad (3)$$

式中: $[M]_{(t)}$ 为系统质量矩阵; $[C + C_T + G]_{(t)}$ 为阻尼矩阵,其中 $C$ 为系统阻尼, $C_T$ 为接触阻尼, $G$ 为陀螺力矩; $[K + K_T]_{(t)}$ 为刚度矩阵,其中 $K$ 为系统刚度, $K_T$ 为接触刚度; $\{u\}_{(t)}$ 为系统自由度向量; $\{F + F_T\}_{(t)}$ 为力向量,其中 $F$ 为系统外力和惯性力, $F_T$ 为接触相互作用力; $\Delta t$ 为时间增量步长; $\beta$ 、 $\gamma$ 为Newmark法中加速度矢量和速度矢量的时间步参数占比控制常数。

显式动力学仿真计算所需的计算资源和总运算时间取决于每个增量时间步中方程解算时间以及总

的计算步数。方程解算时间一方面取决于矩阵和力向量的数据量大小(即计算模型网格的总自由度数),另一方面取决于上述矩阵中有多少数据需要参与到碰摩、损伤及穿透等复杂的迭代计算过程,例如采用罚函数法进行局部碰摩行为的迭代计算。这2种因素都与结构的具体设计特点和物理过程有关,需要根据仿真问题进行具体分析。

总的计算步数由仿真目标时长和时间步长 $\Delta t$ 决定,尤其是 $\Delta t$ 与网格的尺度有紧密联系,而且与计算过程的精度和稳定程度息息相关,也需要根据仿真问题进行具体分析。 $\beta$ 、 $\gamma$ 只能间接地在小范围内调节时域积分计算的速度和效率。

由上述分析可知,针对给定的仿真结构和物理过程,能够直接影响计算速度和结果精度的只有网格划分和 $\Delta t$ 2种因素,而且二者之间又有紧密联系。同时由上述计算方法可知,在显式计算中没有前后时间步的迭代收敛计算,因此前序时间步中形成的计算偏差会随时间步的不断步增加逐步积累放大。

### 1.2 网格与时间步长的理论关系

在 $\Delta t$ 的选择上,由于瞬态显式动力学分析所关注的物理过程包括碰撞(时长约 $10^{-2}$  s数量级)、冲击(时长约 $10^{-3}$  s数量级)和爆炸(时长约 $10^{-4}$  s数量级)<sup>[13]</sup>等,由于其时间历程很短,可能与计算网格中应力波传递时间尺度相近(如图1所示),因此必须考虑应力波的影响。

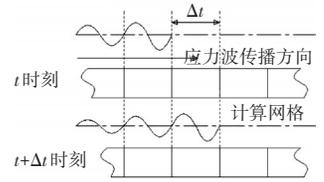


图1 物理过程结构

根据显式动力学计算理论<sup>[14]</sup>,积分步长必须小于临界时间步长,否则会使1个计算时间步长内应力波传播通过多个网格,使结点参数变化剧烈,从而使计算过程不稳定。临界时间步长取决于计算网格中最小尺度单元的特征长度

$$\Delta t_{cr} = \frac{L_{ch}}{c} \quad (4)$$

材料中纵波的传播速度为

$$c = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}} \quad (5)$$

式中: $\Delta t_{cr}$ 为临界时间步长; $L_{ch}$ 为网格特征长度; $c$ 为材料中纵波的传播速度,即材料中的声速; $E$ 为材料压缩弹性模量; $\mu$ 为材料泊松比; $\rho$ 为材料密度。

该特征长度在不同的网格类型和不同的计算程序中有多种设置方法,以单个六面体实体单元为例, $L_{ch}$ 通常有最短边长、最短对角线以及其他计算方法

$$L_{ch} = \sqrt[3]{l_x \cdot l_y \cdot l_z} \quad (6)$$

式中: $l_x$ 、 $l_y$ 、 $l_z$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向的单元边长。

以六面体单元最短边长法计算临界时间步长为例:如果材料为TC4钛合金<sup>[15]</sup>,在100℃时, $E = 110 \text{ GPa}$ , $\mu = 0.34$ , $\rho = 4440 \text{ kg/m}^3$ ,算得声速为6175 m/s,网格最短边长为10 mm,则其开展瞬态显式动力学分析的临界时间步长为 $1.62 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。

上述研究的临界时间步长是从计算稳定性角度给出的时间步长的理论上限,小于这个理论步长计算过程也可能顺利完成,但是其计算结果可能不符合真实的物理过程,因此还需要根据实际物理过程进一步计算分析。

## 2 FBO的物理过程及有限元建模

### 2.1 FBO的物理过程

FBO事件主要有以下几个典型的瞬态物理过程:

(1) 飞失的风扇叶片与机匣和后续叶片的碰撞损伤过程;

(2) 飞失后风扇转子不平衡量显著增大,低压转子在不平衡离心力作用下变形破坏过程;

(3) 结构载荷不断增大,触发结构保险破坏失效<sup>[4]</sup>过程;

(4) 剩余低压转子稳定在风车转速持续运转过程<sup>[16]</sup>。

前3个物理过程不是孤立的,而是综合体现在FBO后的很短时间内(转子旋转几周,总时长在 $10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ s}$ 数量级)不平衡转子与机匣的碰摩、变形和快速减速过程,主要约束条件是适航要求中叶片包容和大振动载荷外传等条款<sup>[1-3]</sup>;第4个物理过程实际上也包含剩余叶片与机匣碰摩的物理过程,但是由于持续时间较长,一般采用隐式动力学方法,主要约束条件是适航要求中转子持续旋转条款<sup>[1-3]</sup>。

由于第3个物理过程与结构保险的具体结构形式息息相关,而且在仿真应用中多采用带有门限值的接触条件方法来模拟,并且第4个物理过程关注的时间范围和采用的分析方法不在本文讨论的范围内,所以本文中只研究前2个物理过程。

### 2.2 模型简化、网格划分及边界条件设置

根据新一代双转子大涵道比涡扇发动机结构设计特点<sup>[17]</sup>和具体结构参数<sup>[18-19]</sup>,通过一系列由简到繁的模型简化试算分析,逐渐积累对于具体结构设计特点及物理过程的认识,建立了显式动力学分析简化模型,进行网格划分和参数设置,如图2所示并见表1。

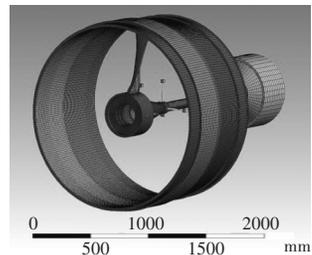


图2 仿真模型及网格

表1 风扇叶片参数及仿真目标参数

参数	数值
外半径/mm	1400
内半径/mm	350
转速/(r/min)	2750
质量/kg	10
目标时间长度/s	0.1

#### 2.2.1 模型简化

为了聚焦叶片与风扇机匣(包括易磨耗涂层)的碰摩过程,排除前序叶片对于后续叶片的影响,采用仅保留1片叶片的风扇转子,但是叶片的材料、根/尖半径、不同截面的弦长和厚度以及叶片的扭转角等主要参数与真实发动机的基本一致;为了准确模拟低压转子的动力学行为,低压转子的结构形式、尺度、相互连接的拓扑关系以及材料与真实发动机的基本一致;为了准确模拟叶尖与机匣碰摩所产生的接触刚度和阻尼,以及易磨耗涂层的剥落消耗过程,风扇机匣和易磨耗涂层的结构和材料与真实发动机的基本一致;为了降低仿真结构的复杂性,低压转子的3主轴承都采用弹簧单元来模拟。

#### 2.2.2 网格划分

为了更加准确地控制网格的尺度,并更好地模拟碰摩损伤过程,全部模型采用六面体网格;在FBO物理过程中,风扇叶尖与风扇机匣的碰摩是接触速度最高、破坏作用最明显、对于结构系统影响也最大的细节过程,因此选择风扇叶片和易磨耗涂层2个部件(碰摩对)作为主要关注部件,其网格尺度根据研究需要采用不同的尺度;其余部件网格出于简化计算的需要,采用较大的尺度,而且各计算项目保持一致。

#### 2.2.3 边界条件设置

低压转子设置转动边界条件模拟转子转动行为;

风扇机匣和转子轴承的静子端采用固定边界条件来约束整个转静子模型系统;转/静子之间事先不限定是否接触,由软件根据计算结果自行判断是否接触,接触后以恒定的摩擦系数方法确定接触面的边界条件。

### 2.3 测量参数及测点布置

针对前 2 个物理过程,选择 3 个有代表性的输出参数,并根据模型的实际情况布置参数测点,如图 3 所示。

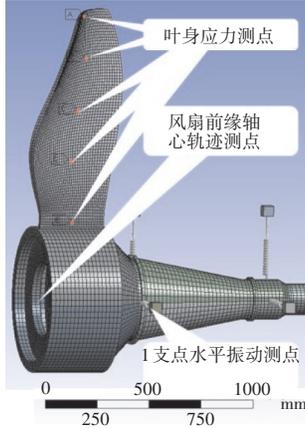


图 3 叶尖碰摩的测试点位置

为了反映 FBO 状态下,离心力与叶片碰摩产生的附加接触刚度和阻尼的共同影响,在风扇盘前缘轴心位置设置了轴心轨迹测点,输出形式为以时间为 X 轴的空间曲线,衡量标准为不同网格尺度和时间步长的计算项目得到的空间曲线的一致性;为了反映叶片碰摩过程中叶片的动力学响应和损伤情况,在叶片中部沿叶高方向等距均布了 5 个应力响应测点,应力取值采用米塞斯等效应力,形式为相同测试位置的应力时序变化,衡量标准为不同网格尺度和时间步长的计算项目得到相同位置应力随时间变化的趋势和量值的一致性;为了反映转子通过轴承外传的振动载荷,在 1 支点轴承水平位置设置了振动加速度测点,形式为同一测试位置的加速度时序变化,衡量标准为不同网格尺度和时间步长的计算项目得到加速度时序的变化趋势和量值的一致性。

## 3 基于 DOE 方法的参数研究方案及总体完成情况

采用网格尺度和时间步长为输入参数,通过大范围的初步试算,缩小参数范围,最终确定每个参数的 4 个取值,通过排列组合形成 16 种不同计算参数的仿真计算项目表。在相同的硬件和软件平台下开展了上述计算项目表中所有的仿真计算,完成情况、总计算耗时及系统节点数量见表 2。

## 4 仿真结果分析

### 4.1 网格无关性检验

在仿真分析中,时间步长为  $3 \times 10^{-7}$  s 和  $2 \times 10^{-7}$  s

表 2 不同参数的仿真计算项目及计算情况

项目	参数 A: 主要关注对象的网格尺度/mm			
	40 (节点数: 89797)	30 (节点数: 101341)	20 (节点数: 151688)	15 (节点数: 211058)
7	$A_1-B_1$	$A_2-B_1$	$A_3-B_1$	$A_4-B_1$
	590	耗时:--	耗时:--	耗时:++
参数 B:	$A_1-B_2$	$A_2-B_2$	$A_3-B_2$	$A_4-B_2$
	5	耗时:810	耗时:--	耗时:--
时间	$A_1-B_3$	$A_2-B_3$	$A_3-B_3$	$A_4-B_3$
	3	1400	1580	2920
步长 ( $10^{-7}$ s)	$A_1-B_4$	$A_2-B_4$	$A_3-B_4$	$A_4-B_4$
	2	2140	2370	4060
				6860

注:++为计算过程中出现了不稳定,无法完成计算;--为计算能够完成,但是出现了叶尖碰摩部位在首次碰撞瞬间大范围应力超限,使叶尖结构失效的情况,这不符合实际物理规律;耗时单位为 min。

2 组不同网格尺度的仿真计算全部完成,分组对比分析如下。

#### 4.1.1 网格尺度对转子轴心轨迹的影响

以时间步长同为  $3 \times 10^{-7}$  s 的 4 个仿真计算为例,如图 4 所示。从图中可见,网格最粗的计算结果 A1-B3 线在第 0.02 s 左右就与其他 3 条曲线出现明显差别,而其他 3 条曲线在第 0.05 ~ 0.06 s 和第 0.08 ~ 0.10 s 也出现了较大偏差,从仿真视频来看,在第 0.05 ~ 0.06 s 和第 0.08 ~ 0.10 s 都出现了叶片与机匣的剧烈碰摩。

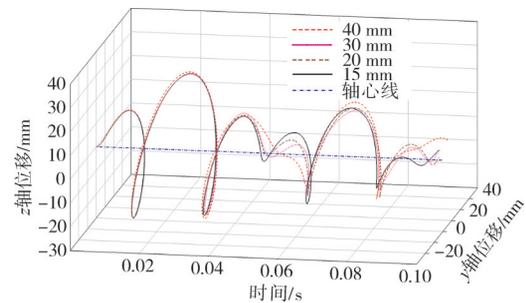


图 4 时间步长为  $3 \times 10^{-7}$  s 的 3 维轨迹

以时间步长同为  $3 \times 10^{-7}$  s 的 4 个仿真计算为例开展同样分析的结论基本一致,只是第 0.08 s 之后的虚线变化时序与上述分析略有差别。

#### 4.1.2 网格尺度对叶片应力的影响

以时间步长为  $2 \times 10^{-7}$  s 的 4 个仿真计算结果为例,在不同的网格尺度下,叶身正中部测点的应力对比如图 5 所示。从图中可见,网格尺度为 40 mm 的计算结果曲线与其他 3 条明显不一致,随着网格逐渐加密,叶身应力的差异逐渐缩小,尽管其总的趋势基本

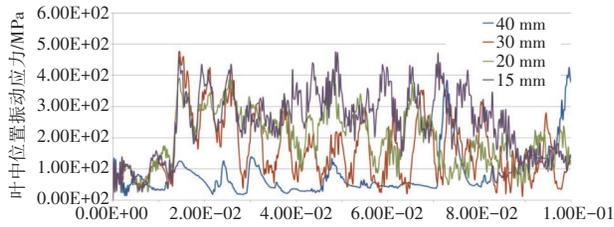


图5 时间步长为 $2 \times 10^{-7}$  s时不同网格尺度计算的叶中位置应力

一致,但是在第0.08 s之后具体的应力大小变化的时间顺序规律不一致。

#### 4.1.3 网格尺度对支点外传振动的影响

以时间步长为 $2 \times 10^{-7}$  s的4个仿真计算结果为例,在不同的网格尺度下,1支点外传振动对比分析如图6所示。从图中可见,在A-F区域范围内,各条曲线的偏差较大且没有规律,在其余时间范围,几条曲线符合得较好,但是随着时间的增加曲线偏差变大。

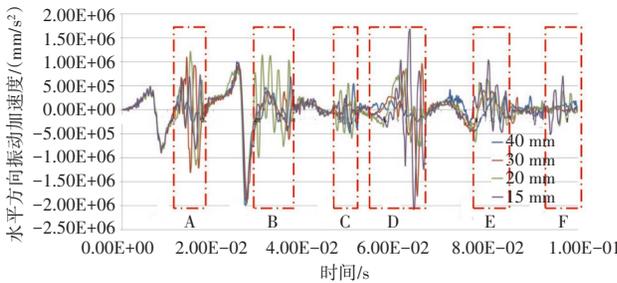


图6 在相同时间步长下不同网格尺度对于支点振动的影响

仿真视频的结果如图7所示。从图中可见,从A~F的6个时间范围内都发生了风扇叶片与机匣的剧烈碰撞。

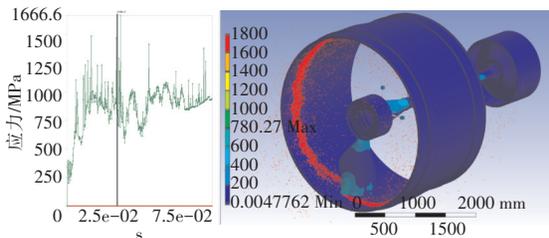


图7 第0.034 s的仿真结果  
(其中红点为碰撞造成的结构碎片)

总体来看,对于时间步长为 $2 \times 10^{-7}$  s和 $3 \times 10^{-7}$  s的2组计算,网格尺度为20 mm和15 mm的计算精度已经十分接近,但是后者的计算资源需求却是前者的近2倍。

#### 4.2 时间步长无关性检验

在上述仿真分析中,只有网格尺度为40 mm的1组不同时间步长的仿真完成了全部计算,分组对比分

析如下。

#### 4.2.1 时间步长对于转子轴心轨迹的影响

对于给定的网格尺度,第0.06 s之前不同时间步长的轴心轨迹符合得都很好,第0.06 s之后时间步长最大的A1-B1线和A1-B2线逐渐出现偏差,第0.09 s之后几条曲线偏差逐渐增大,且时间步长越大偏差增大越快,如图8所示。

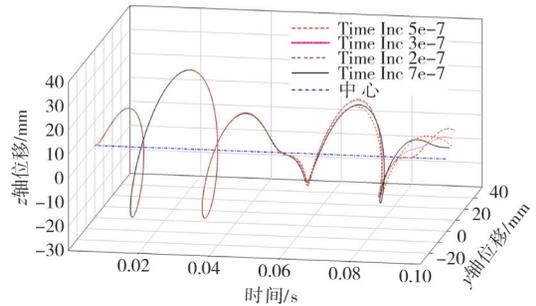


图8 网格尺度为40 mm的轴心3维轨迹

#### 4.2.2 时间步长对叶片应力的影响

对于2个给定的网格,第0.35 s之前的不同时间步长的计算曲线符合得很好,之后不同时间步长计算的偏差明显,但是总体的趋势和量级基本一致,如图9所示。

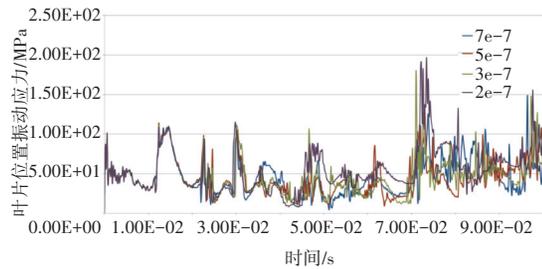


图9 不同时间步长下的叶片中部同一节点的应力

#### 4.2.3 时间步长对支点外传振动的影响

以网格尺度为40 mm的4个仿真计算结果为例,在不同的时间步长下,1支点外传振动对比分析如图10所示。从图中可见,在A~F范围内,各条曲线的偏差较大且没有规律,在其余时间范围内,几条曲线

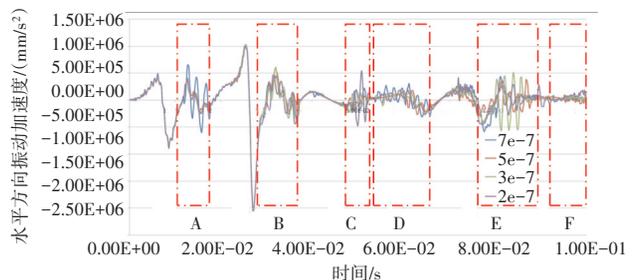


图10 相同时间步长情况下不同网格尺度对于支点振动的影响

符合得较好,但是随着时间的增加曲线偏差变大。

在A~F的6个时间范围与前述网格无关性分析中的时间范围基本一致,因此分析各条曲线偏差较大且没有规律的计算结果也是因风扇叶片与机匣的剧烈碰摩造成的。

总体来看,对于网格尺度40mm的计算,时间步长为 $3 \times 10^{-7}$  s和 $2 \times 10^{-7}$  s的计算符合性已经比较好,但是后者的计算资源需求却是前者的近1.5倍。

## 5 结论

(1)显式动力学的计算效率和结果精度与网格和时间步长紧密相关,所以在任何工程分析之前都应该针对具体的物理过程和结构设计特点,开展网格和时间步长的研究,以确定分析过程中的关键参数取值;

(2)通过理论计算确定的临界时间步长可以作为计算过程稳定性的判据,但是不能作为计算结果精确性的判据,就本文中的FBO结构特点和物理过程而言,工程可用的时间步长约为理论计算值的1/10左右;

(3)对于某一特定的物理过程和目标时间,参与碰摩、损伤、冲击等物理过程的构件存在着网格尺度和时间步长的临界值,进一步提升网格密度和降低时间步长(提升时间分辨率),对于计算精度的提升作用有限,但是却要耗费大量的计算资源,不参与上述物理过程的构件可以采用较粗的网格以提高计算速度;

(4)碰摩过程对于FBO的显式动力学仿真中参与碰摩构件的应力和振动载荷结果精度有着重要影响;

(5)由计算方法决定,显式计算的偏差会随时间积累逐步放大。

## 6 展望

本文开展的仿真分析基于某商用显式动力学软件平台,由于不同软件平台的计算方法基本一致,但是在软件设置上和具体参数处理上有一定区别,因此上述结论在其他软件平台上的规律、趋势大体一致,但是量值还需要针对具体的结构特点、物理过程和软件设置进行专门的分析来确定。

受条件所限,本文对于计算结构偏差仅按照仿真结果的一致性来评判,在真实的工程应用中应该开展若干部件级试验验证,通过试验结果进一步作为仿真过程的评判依据来校准仿真设置,可以提供更加贴近工程实践的仿真分析结果。

## 参考文献:

- [1] 徐雪,黄爱华. GENx和Trent1000发动机的总体布局对比分析[J]. 沈阳航空航天大学学报,2014,31(4):23-26.  
XU Xue, HUANG Aihua. Comparative analysis on the engine layout arrangements of the GENx and the Trent1000 [J]. Journal of Shenyang Aerospace University, 2014, 31(4): 23-26. (in Chinese)
- [2] U.S. Department of Transportation. Advisory circular 33-5 turbine engine rotor blade containment/durability[S]. U.S.: Federal Aviation Administration, 1990:1-18.
- [3] European Aviation Safety Agency. CS-25 certification specifications for large aeroplanes[S]. Germany: EASA, 2013: 61.
- [4] 徐雪,李宏新,冯国全. 结构保险装置在大涵道发动机风扇叶片飞失中的应用[J]. 航空发动机, 2018, 44(2): 1-8.  
XU Xue, LI Hongxin, FENG Guoquan. Applications of structural fuse design on fan blade off of high bypass ratio turbofan engine[J]. Aeroengine, 2018, 44(2): 1-8. (in Chinese)
- [5] Nicolas C, David C, Jérôme B. Prediction of transient engine loads and damage due to hollow fan blade-off[J]. Dynamique Rapide, 2012, 11: 651-666.
- [6] Robin J W. Simulation of blade casing interaction phenomena in gas turbines resulting from heavy tip rubs using an implicit time marching method[R]. ASME 2011-GT-45495.
- [7] Sinha S K. Dynamic characteristics of a flexible bladed-rotor with Coulomb damping due to tip-rub[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273: 875-919.
- [8] Sinha S K. Rotordynamic analysis of asymmetric turbofan rotor due to fan blade-loss event with contact-impact rub load[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332: 2253-2283.
- [9] 马辉, 闻邦椿, 太兴宇, 等. 旋转叶片-机匣系统碰摩动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2017: 203-208.  
MA Hui, WEN Bangchun, TAI Xingyu, et al. Dynamics of rotating blade-casing system with rubbing[M]. Beijing: Science Press, 2017: 203-208. (in Chinese)
- [10] 刘璐璐, 赵振华, 陈伟, 等. 叶片丢失后发动机整机响应模拟试验与仿真[J]. 航空动力学报, 2018, 33(2): 290-298.  
LIU Lulu, ZHAO Zhenhua, CHEN Wei, et al. Simulated test and numerical simulation of aero-engine whole engine response during blade out event [J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(2): 290-298. (in Chinese)
- [11] 王正. 转动机械的转子动力学设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015: 76-77.  
WANG Zheng. Rotor dynamics design of rotating machine [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 76-77. (in Chinese)
- [12] 胡海岩. 机械振动基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005: 142-144.  
HU Haiyan. Basic theory of machine vibration[M]. Beijing: Beihang University Press, 2005: 142-144. (in Chinese)

- [13] 洪杰,郝勇,张博,等.叶片丢失激励下整机力学行为及其动力特性[J].航空发动机,2014,40(2):19-23.  
HONG Jie, HAO Yong, ZHANG Bo, et al. Mechanical behavior and dynamic characteristics of the engine under blade loss excitation[J]. Aeroengine, 2014, 40(2): 19-23. (in Chinese)
- [14] 熊令芳,胡凡金. ANSYS LS-DYNA 非线性动力学分析方法与工程应用[M].北京:中国铁道出版社,2016:6-7.  
XIONG Lingfang, HU Fanjin. ANSYS LS-DYNA nonlinear dynamic analysis method and engineering application [M]. Beijing: China Railway Press, 2016: 6-7. (in Chinese)
- [15] 颜鸣皋,刘伯操,吴世平.工程材料实用手册[M].北京:中国标准出版社,2001:104-131.  
YAN Minggao, LIU Bocaο, WU Shiping. Engineering Material Handbook [M]. Beijing: China Standard Press, 2001: 104-131. (in Chinese)
- [16] 白杰. 运输类飞机适航要求解读:第4卷动力装置[M].北京:航空工业出版社,2013:11-25.  
BAI Jie. Transport category airplane airworthiness standard interpretation: volume 4 powerplant[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2013: 11-25. (in Chinese)
- [17] 陈光. 航空发动机结构设计分析[M].北京:北京航空航天大学出版社,2009:553-585.  
CHEN Guang. Aeroengine structural design and analysis [M]. Beijing: Beihang University Press, 2009: 553-585. (in Chinese)
- [18] Gunston B. Jane's Aero-Engines[M]. England: Jane's Information Group, 1998: 21-28
- [19] 徐雪,黄爱华. GEnx 和 Trent1000 发动机的总体布局对比分析[M].沈阳:沈阳航空航天大学学报,2014:23-26.  
XU Xue, Huang Aihua. Comparative analysis on the engine layout arrangements of the GEnx and the Trent1000 [M]. Shenyang: Journal of Shenyang Aerospace University, 2014: 23-26. (in Chinese)

(编辑:刘 亮)